

Resumen de Física de 2.º de Bachillerato

Daniel Martínez

Departamento de Física y Química
Colegio Sagrado Corazón de Jesús
Trujillo



Resumen de

Física de 2.º de Bachillerato

Daniel Martínez

Departamento de Física y Química

Colegio Sagrado Corazón de Jesús

Plaza Don Juan Tena, 2

10200 **Trujillo** (Cáceres)

(+34) 927 32 11 58 | 618 09 88 35

departamento.fisicayquimica@sagradocorazontrujillo.es

fisicayquimica.sagradocorazontrujillo.es



2025

Ecuaciones escritas con [TexMaths](#)

Diagramas generados en colaboración con [DeepSeek Chat \(IA\)](#)

Este [documento](#) puede editarse si se abre con [LibreOffice](#).

Contenidos

Física de 2.º de Bachillerato

Tema 1. Mecánica clásica

Principios de conservación de la dinámica de partículas

Leyes de Newton

Notas

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tema 2. Interacción gravitatoria

Ley de la gravitación universal de Newton

Aplicación de las leyes del movimiento

Notas

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tema 3. Interacción eléctrica

Ley de la electrostática de Coulomb

Teorema de Gauss

Notas

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tema 4. Interacción magnética

Ley de Biot y Savart y Ley de Lorentz del magnetismo

Inducción electromagnética

Notas

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tema 5. Ondas

Fundamentos

Fenómenos ondulatorios

Óptica geométrica

El sonido

La luz

Notas

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tema 6. Física del siglo XX

Principios de la física cuántica

Teoría de la relatividad especial

Física nuclear

Modelo estándar de la física de partículas

Notas

Ejercicios, cuestiones y problemas

Índice general

Enlaces

Tema 1. Mecánica clásica

Dos principios fundamentales en las teorías de la física son la conservación del momento lineal ($\vec{p}$) y de la energía en sistemas aislados, como el universo. En mecánica se estudian las leyes que rigen el movimiento de sistemas pequeños de partículas y sólidos rígidos (sistemas no termodinámicos, no hay transferencia de energía en forma de calor). Basándonos en los dos principios vamos a estudiar las leyes de la mecánica relevantes en este curso.

Principios de conservación de la dinámica de partículas

Sistemas aislados. Principio de conservación del momento lineal

Sea una partícula de masa m que se mueve con velocidad $\vec{v}$, como se ilustra en la Figura 1.1. Se define el momento lineal $\vec{p}$ de la partícula, o cantidad de movimiento, como sigue:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

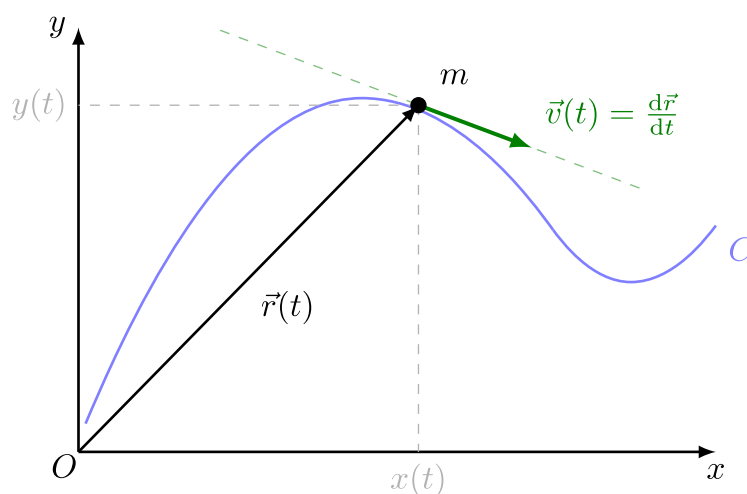


Figura 1.1: Partícula en movimiento. Obsérvese que la velocidad es tangente a la trayectoria.

El Principio de conservación del momento lineal dice que para una partícula aislada (libre) o un sistema de partículas aislado esta cantidad no varía:

$$\text{Partícula libre/sistema aislado} \Rightarrow \vec{p} = \text{cte}$$

Obsérvese que, entonces, la variación de $\vec{p}$ va a delatar la interacción de la partícula/sistema con el exterior. Esta variación es, por tanto, la cantidad relevante para describir las interacciones entre partículas. He aquí el concepto de fuerza:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

OBS. $\vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte}$

Fuerzas centrales. Teorema de conservación del momento angular

También para la partícula de la Figura 1.1 puede definirse el momento angular $\vec{L}$ con respecto al centro O , o momento cinético, como sigue:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

OBS. $|\vec{L}| = |\vec{r}| |\vec{p}| |\sin \alpha|$, donde α es el ángulo que va de $\vec{r}$ a $\vec{p}$

Se definen las fuerzas centrales con centro en O a las fuerzas cuya dirección pasa por el punto O (en nuestro caso, el origen de coordenadas).

De esta manera, si se sitúa el origen de coordenadas en el centro de la fuerza central, se encuentra que el momento angular va a mantenerse constante para partículas sometidas (sólo) a una fuerza central; esto se conoce como Teorema de conservación del momento angular:

$$\vec{F} \text{ es central} \Rightarrow \vec{L} = \text{cte}$$

$$\text{OBS. } \vec{F} \text{ es central } (\vec{F} \parallel \vec{r}) \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times m \vec{v} + \vec{r} \times \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{cte}$$

Fuerzas conservativas. Teorema de conservación de la energía

La energía se entiende como la capacidad que tiene un cuerpo para cambiar el estado de movimiento de otro. Si la cantidad que mida esta capacidad, de acuerdo con el Primer principio de la termodinámica, se conserva cuando dos partículas interactúan, la energía ganada por uno debe ser perdida por el otro.

Se comprueba que la cantidad que cumple lo dicho, la energía E_m de una partícula, o energía mecánica, es la siguiente:

$$E_m = E_c + E_p, \text{ donde } \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m v^2 & \text{es la energía cinética de la partícula} \\ E_p(r) & \text{es la energía potencial de la partícula} \end{cases}$$

$$\text{OBS. } [E \text{ (energía)}] = [m] [v]^2 = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2} = (\text{kg m s}^{-2}) \text{m} = \text{N m} = \text{J (joule o julio)}$$

La energía potencial de la partícula está asociada a un tipo de fuerzas llamadas conservativas (cada fuerza conservativa lleva asociada una energía potencial). La idea que encierra el concepto es que, si la partículas que ejercen las fuerzas conservativas permanecen en buena aproximación fijas, estas fuerzas se realizan sin que ningún agente (en el universo) tenga un gasto neto de energía. En la Tabla 1.1 se ofrece un listado de fuerzas conservativas y energías potenciales asociadas, suponiendo una partícula de masa m y carga eléctrica q (en el Tema 2 y el Tema 3 estudiaremos los potenciales V_g y V_E). Observa que en todos los casos la energía potencial es, en efecto, una función del módulo de la posición, $E_p(r)$.

Tabla 1.1: Fuerzas conservativas y energías potenciales asociadas

Fuerza	Energía potencial asociada
Gravitatoria: $\vec{F}_g = m \vec{g}$	$E_{p_g} = m V_g$, donde $V_g = V_g(r)$
Eléctrica: $\vec{F}_E = q \vec{E}$	$E_{p_E} = q V_E$, donde $V_E = V_E(r)$
Elástica: $\vec{F}_e = -k x \vec{i}$	$E_{p_e} = \frac{1}{2} k x^2$

A partir de estas definiciones, puesto que, como se ha dicho, no hay gasto de energía cuando se

aplican fuerzas conservativas, un cuerpo sometido (sólo) a fuerzas conservativas debe conservar su energía; esto se conoce como Teorema de conservación de la energía:

$$\vec{F} \text{ es conservativa} \Rightarrow E_m = \text{cte}$$

Si se trata de una partícula o un sistema pequeño de partículas (no termodinámico), la transferencia de energía entre un cuerpo y otro ha de ser en forma del llamado trabajo (W).

· Puesto que el trabajo que realizan las fuerzas no conservativas (W_{noC}) suponen una pérdida de energía por parte del agente, deben suponer, en la misma medida, un aumento de energía de la partícula sobre la que se realiza: $W_{\text{noC}} = \Delta E_m$.

· Por otra parte, como el trabajo que realizan las fuerzas conservativas (W_C) no suponen este gasto, para que se conserve la energía del universo, el trabajo que realizan las fuerzas conservativas (la energía que gana la partícula) debe suponer a su vez un gasto de energía para la partícula (esta es la idea de asignar esta energía potencial: se asigna a las partículas por el hecho de estar en una posición susceptible de que las fuerzas conservativas realicen un trabajo sobre ella); de acuerdo con esto: $W_C = -\Delta E_p$.

· De lo establecido se deduce que el trabajo que realizan todas la fuerzas sobre una partícula (las conservativas y las no conservativas) deben suponer un aumento de su energía cinética (este resultado, que se ilustra en la Figura 1.2, se conoce como Teorema de las fuerzas vivas): $W = \Delta E_c$.

$$\text{OBS.} \quad W = W_{\text{noC}} + W_C \Rightarrow W = \Delta E_m - \Delta E_p \xrightarrow{E_c = E_m - E_p} W = \Delta E_c$$

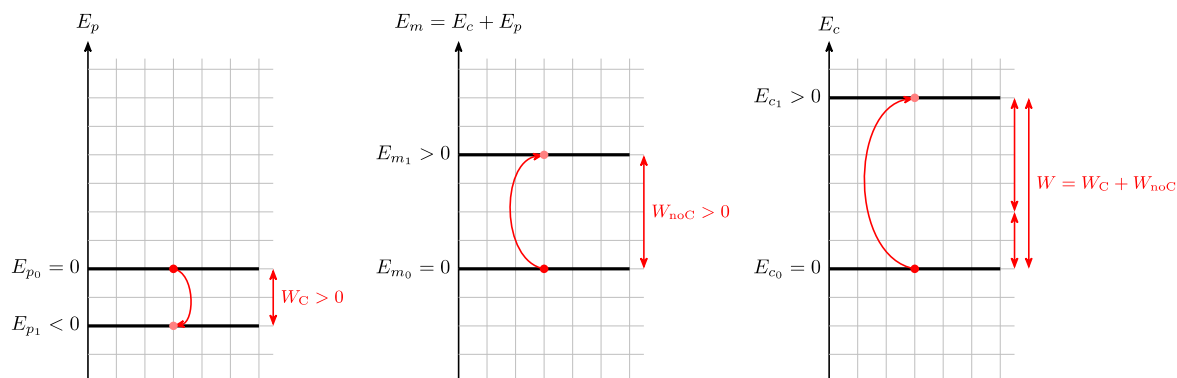


Figura 1.2: Teorema de las fuerzas vivas. Un trabajo positivo realizado por las fuerzas conservativas suponen una disminución de la energía potencial de la partícula. Un trabajo positivo realizado por las fuerzas no conservativas suponen un aumento de energía. La suma de los dos trabajos es igual al aumento de la energía cinética.

Recopilando:

$$\left. \begin{aligned} W &= \Delta E_c \\ W_C &= -\Delta E_p \\ W_{\text{noC}} &= \Delta E_m \end{aligned} \right\}$$

$$\text{OBS.} \quad \vec{F} \text{ es conservativa} \Rightarrow W_{\text{noC}} = 0 \Rightarrow \Delta E_m = 0 \Rightarrow E_m = \text{cte}$$

Si la fuerza y el desplazamiento de la partícula tienen el mismo sentido se considera que el trabajo es positivo; en caso contrario, el trabajo es negativo. Las fuerzas de rozamiento, por ejemplo, realizan un trabajo negativo. Por lo demás, si la fuerza es perpendicular (normal) a la velocidad, el trabajo es nulo. La fuerza normal, por ejemplo, no realiza trabajo (su presencia no impide, entonces, que pueda conservarse la energía).

Leyes de Newton

La 2.^a ley de Newton, tal y como la conocemos, puede obtenerse de lo estudiando suponiendo que la masa m de la partícula es constante:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = \frac{d[m\vec{v}]}{dt} \xrightarrow{m=\text{cte}} \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = m \vec{a}$$

A partir de aquí, la 1.^a ley es inmediata:

$$\vec{v} = \text{cte} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$$

En cuanto a la 3.^a ley (ley de acción y reacción), considerando que en un sistema de dos partículas aislados el momento lineal debe conservarse y que la fuerza sobre cada una de las partículas sólo puede ejercerla la otra:

$$\vec{p} = \text{cte} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{cte} \Rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_{2 \rightarrow 1} + \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

OBS. Formalmente la energía potencial no se asocia a una partícula, sino a un par de partículas que ejercen entre sí fuerzas conservativas (de acción y reacción).

Notas

- Geometría

$$L_{\text{circunferencia}} = 2\pi r$$

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- Producto escalar

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{cases} |\vec{v}| |\vec{w}| \cos \alpha, \text{ donde } \alpha \text{ es el ángulo que va de } \vec{v} \text{ a } \vec{w} \\ v_x w_x + v_y w_y + v_z w_z \end{cases}$$

- Producto vectorial

$$\vec{v} \times \vec{w} \text{ tal que } \begin{cases} |\vec{v} \times \vec{w}| = |\vec{v}| |\vec{w}| |\sin \alpha|, \text{ donde } \alpha \text{ es el ángulo que va de } \vec{v} \text{ a } \vec{w} \\ \perp \vec{v} \text{ y } \vec{w} \\ \text{el sentido sigue la Regla del tornillo (mano derecha)} \end{cases}$$

- Segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

- Tercera ley de Newton

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$$

- Principio de conservación del momento lineal ($\vec{p}$)

$$\text{Partícula libre/sistema aislado } (\vec{F} = 0) \Rightarrow \vec{p} = \text{cte, donde } \vec{p} = m \vec{v}$$

- Teorema de conservación del momento angular ($\vec{L}$)

$$\vec{F} \text{ es central } \Rightarrow \vec{L} = \text{cte, donde } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

- Teorema de conservación de la energía (E_m)

$$\vec{F} \text{ es conservativa } \Rightarrow E_m = \text{cte, donde } E_m = E_c + E_p, \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \text{ (energía cinética)} \\ E_p(r) \text{ (energía potencial)} \end{cases}$$

- Relaciones entre incrementos de energías y trabajos (W)

$$\left. \begin{aligned} W &= \Delta E_c \\ W_C &= -\Delta E_p \\ W_{\text{noC}} &= \Delta E_m \end{aligned} \right\}$$

- Movimiento circular de radio r

$$\omega = \frac{v}{r} \text{ (velocidad angular)}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \text{ (aceleración normal o centrípeta)}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (periodo de un MCU)}$$

$$f = \frac{1}{T} \text{ (frecuencia de un MCU)}$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \text{ (ángulo polar en un MCU)}$$

Ejercicios, cuestiones y problemas

Principios de conservación de la dinámica de partículas

1. Para los vectores $\vec{v} = (5, 1, 0)$ y $\vec{w} = (1, 5, 0)$:
 - a) Determina el ángulo que forman.
 - b) Calcula $|\vec{v} \times \vec{w}|$.
 - c) Determina la dirección y sentido del vector $\vec{v} \times \vec{w}$.
 - d) Determina las coordenadas cartesianas del vector $\vec{v} \times \vec{w}$.
2. Un satélite describe una trayectoria circular.
 - a) A partir del teorema de conservación del momento angular demuestra que sigue un MCU.
 - b) Si la órbita tiene un radio de 42156 km y tarda 24 h en completar su órbita (satélite geoestacionario, calcula la frecuencia, la velocidad angular, la velocidad (lineal) y la aceleración (centrípeta).
 - c) Comprueba que, efectivamente, $\varphi(T) = 2\pi$ (si $\varphi_0 = 0$).
3. Una partícula de 2,0 kg acelera desde los 10 m/s a los 20 m/s.
 - a) Calcula el cambio en su momento lineal y, a través del resultado, discute si se trata de una partícula aislada.
 - b) Calcula el trabajo realizado sobre la partícula.
 - c) Si la fuerza a la que ha estado sometida la partícula es conservativa, determina su incremento de energía (mecánica) y su incremento de energía potencial.
 - d) Si la fuerza a la que ha estado sometida la partícula no es conservativa, determina su incremento de energía (mecánica) y su incremento de energía potencial.

Tema 2. Interacción gravitatoria

Ley de la gravitación universal de Newton

Campo gravitatorio y potencial gravitatorio

La masa puntual de campo M (masa que crea el campo que quiere estudiarse) de la Figura 2.1 crea en el punto de prueba P (punto en el que quiere medirse el campo) un campo gravitatorio $\vec{g}$ que viene dado por la expresión que sigue. Al módulo del vector campo se le llama intensidad del campo.

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r, \text{ donde } \begin{cases} G \text{ es la constante de gravitación universal} \\ r = |\vec{r}| \text{ (distancia de la masa de campo al punto de prueba)} \\ \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{r} \text{ (vector unitario con la dirección y sentido de } \vec{r}) \end{cases}$$

Este es un campo de fuerza, un campo vectorial, conservativo. La masa M también crea en P , entonces, un campo escalar, llamado potencial gravitatorio, V_g , que viene dado por la expresión siguiente:

$$V_g = -G \frac{M}{r}$$

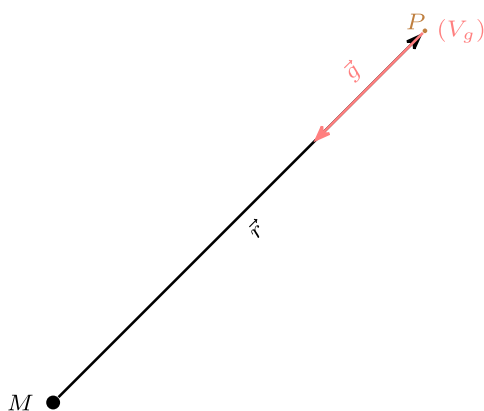


Figura 2.1: Campo y potencial gravitatorios creados por la masa de campo M en el punto de prueba P caracterizado por el vector $\vec{r}$ (que va de M a P)

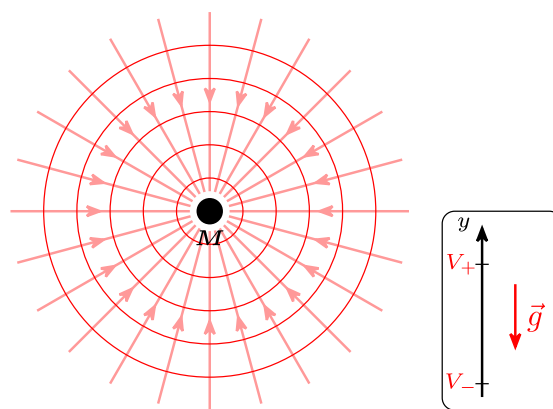


Figura 2.2: Líneas de campo y superficies equipotenciales gravitatorias. Obsérvese que el campo se dirige de potenciales mayores a menores.

Observa (Figura 2.1) que el vector campo gravitatorio siempre apunta a la masa de campo. También, que el potencial gravitatorio es negativo y que se anula a una distancia r infinita; se dice, entonces, que el cero de potenciales se establece en el infinito. Los campos de fuerza se representan mediante líneas de campo, representadas para $\vec{g}$, en la Figura 2.2; aquí la masa de campo M es el sumidero de las líneas de campo y la fuente es el infinito. Observa que a menor distancia r la intensidad del campo es mayor y también lo es (en correspondencia) la densidad de líneas de campo. El potencial se representa mediante superficies equipotenciales; en efecto, el potencial en los puntos del espacio que se encuentran a la misma distancia r de la masa de campo es el mismo. Observa también que las líneas de campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales.

La relación entre un campo de fuerza central (conservativa) dirigido en la dirección del vector $\vec{r}$ y su potencial correspondiente es la que guardan (compruébese) $\vec{g}$ y V_g :

$$\vec{g} = -\frac{dV_g}{dr} \vec{u}_r$$

Fuerza gravitatoria y energía potencial gravitatoria

El efecto de estos campos $\vec{g}$ y V_g para una partícula de masa m situada en el punto de prueba P (masa de prueba) son, respectivamente, una fuerza a la que va estar sometida esta partícula y una energía potencial que va adquirir (en rigor, es la energía potencial del sistema formado por m y M):

$$\vec{F}_g = m \vec{g} \Rightarrow \vec{F}_g = -G \frac{M m}{r^2} \vec{u}_r$$

$$E_{p_g} = m V_g \Rightarrow E_{p_g} = -G \frac{M m}{r}$$

$$\text{OBS.} \quad [\vec{g}] = \frac{[\vec{F}]}{[m]} = \frac{\text{N}}{\text{kg}} \quad [V_g] = \frac{[E]}{[m]} = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Dado el sentido del campo $\vec{g}$ (obsérvese en la Figura 2.1) y que $m > 0$, la fuerza gravitatoria siempre es una fuerza de atracción. El signo de la energía potencial, establecido como negativo, también indica esta atracción; supone un pozo de potencial en la que puede estar atrapada la masa m (ver Figura 2.4).

Campo gravitatorio constante

En el caso de un campo gravitatorio constante ($\vec{g} = \text{cte}$), como el que crea un planeta en las cercanías de su superficie, si se sitúa el eje y en la dirección del campo (como se indica en la Figura 2.2), el potencial puede definirse como $V_g = g y$ (situando en el cero de potenciales esta vez en la superficie del planeta, esto es, en el suelo):

$$\vec{g} = -g \vec{j} \text{ (cte)} \longrightarrow V_g = g y \Rightarrow \vec{F}_g = -m g \vec{j} \text{ (cte)} \longrightarrow E_{p_g} = m g y$$

$$\text{OBS.} \quad V_g = g y \xrightarrow{g=\text{cte}} \vec{g} = -\frac{dV_g}{dy} \vec{j} = -g \vec{j}$$

Aplicación de las leyes del movimiento

Caída libre

Para una partícula acelerada (o frenada) por un campo gravitatorio, puesto que este es conservativo, puede aplicarse el teorema de conservación de la energía para calcular la velocidad que alcanza en una determinada posición. Situando el campo en la dirección del eje y , como se ilustra en la Figura 2.2, vamos a suponer que en la posición inicial y_+ (correspondiente al potencial V_+) la velocidad de la partícula de masa m es 0.

$$\begin{aligned} \vec{F} = \vec{F}_g \text{ (conservativa)} &\Rightarrow E_m = \text{cte} \Rightarrow E_{m_0} = E_{m_1} \Rightarrow E_{c_0} + E_{p_0} = E_{c_0} + E_{p_0} \Rightarrow \\ &\quad \text{(principio de equivalencia de Galileo)} \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 + m V_{g_0} = \frac{1}{2} m v_1^2 + m V_{g_1} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0^2 + V_+ = \frac{1}{2} v_1^2 + V_- \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 = \sqrt{2\Delta V}, \text{ donde } \Delta V = V_+ - V_- \end{aligned}$$

Si el campo $\vec{g}$ es en buena aproximación constante en el proceso, perfectamente podría utilizarse $V_g = g y$ para calcular los potenciales V_+ y V_- .

Velocidad de escape

La velocidad de escape es la velocidad mínima que tiene que un cuerpo para escapar de un pozo de potencial, como el creado por la masa de campo M . Por ejemplo, supóngase que la masa de prueba m está situada en la superficie de un planeta de masa M , como se ilustra en la Figura 2.3. Una vez que la partícula (m) alcance la velocidad de escape v_e , la única fuerza que va actuar sobre ella es la fuerza gravitatoria, que es conservativa como hemos visto; la energía, por tanto, también se conserva en el proceso de escape. En la situación final (1), en la que la partícula ha escapado del campo gravitatorio terrestre ($r = \infty$), el potencial gravitatorio es nulo; la velocidad también lo es, de esta manera la velocidad calculada es la mínima; en suma, $E_{m_1} = 0$:

$$\begin{aligned} \vec{F} = \vec{F}_g \text{ (conservativa)} &\Rightarrow E_m = \text{cte} \Rightarrow E_{m_0} = E_{m_1} \xrightarrow{0 \text{ (partícula libre)}} \Rightarrow E_{c_0} + E_{p_0} = 0 \Rightarrow \\ &\text{(principio de equivalencia de Galileo)} \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} m v_e^2 + m V_{g_0} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} v_e^2 - G \frac{M}{R} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{2 \frac{GM}{R}} \end{aligned}$$

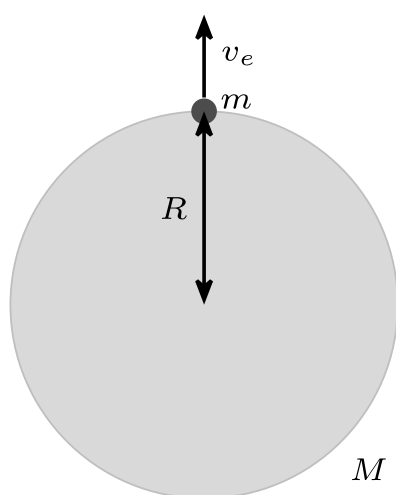


Figura 2.3: Velocidad de escape

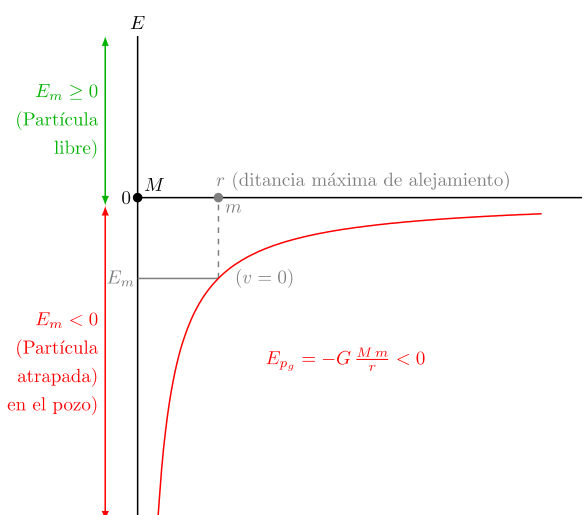


Figura 2.4: Pozo de potencial

En efecto, tal y como se ha definido el potencial gravitatorio, la energía mínima que tiene que tener una partícula para ser libre es $E_m = 0$. Es decir, las energías negativas se corresponden con partículas atrapadas en un pozo de potencial. Esto se ilustra en la Figura 2.4.

Planetas y satélites

La trayectoria de una partícula atrapada en un pozo de potencial creado por una fuerza central como la fuerza gravitatoria (inversamente proporcional al cuadrado de la distancia) cumple las Leyes de Kepler, que se ilustran en la Figura 2.5.

En la Figura 2.6 se ilustra el caso de un planeta o un satélite describiendo una órbita circular (elipse con excentricidad nula). En este caso el movimiento sigue un MCU, como se comprueba aplicando el teorema de conservación del momento angular:

$$\vec{F} = \vec{F}_g \text{ (central)} \Rightarrow \vec{L} = \text{cte} \Rightarrow \vec{r} \times m \vec{v} = \text{cte} \xrightarrow{\vec{r} \perp \vec{v}} r m v \sin 90^\circ = \text{cte} \xrightarrow{r = \text{cte}} v = \text{cte}$$

La velocidad orbital cumple, de acuerdo con la 2.ª ley de Newton y la ley de gravitación:

$$F = m a \Rightarrow F_g = m a_c \Rightarrow \text{(principio de equivalencia de Galileo)} \quad \cancel{m} g = \cancel{m} a_c \Rightarrow G \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{r}$$

En este caso, la 3.ª ley de Kepler toma la forma siguiente:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{v=\omega r} \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \text{ (cte)}$$

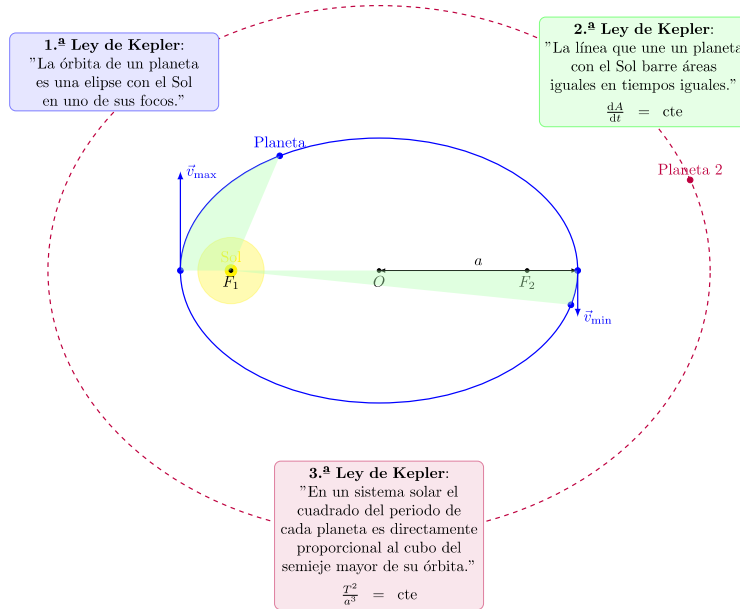


Figura 2.5: Leyes de Kepler

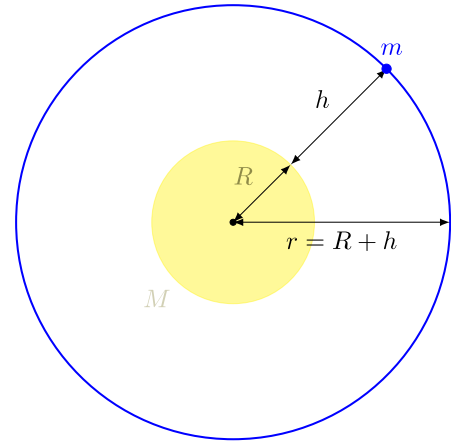


Figura 2.6: Órbita circular

Obsérvese también que la energía del planeta o satélite es constante, como corresponde por estar sometido a una fuerza conservativa:

$$E_m = E_c + E_p, \text{ donde } \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} G \frac{M m}{r} \\ E_p = m V \Rightarrow E_p = -G \frac{M m}{r} \end{cases} \Rightarrow E_m = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) G \frac{M m}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_m = -\frac{1}{2} G \frac{M m}{r} \text{ (cte)}$$

$$\text{OBS. } G \frac{M m}{r} = \begin{cases} 2E_c \\ -E_p \\ -2E_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{E_p} = \cancel{2E_m} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} E_p \\ 2E_c = -E_p \Rightarrow E_c = -\frac{1}{2} E_p \\ \cancel{2E_c} = \cancel{-2E_m} \Rightarrow E_m = -E_c \end{cases}$$

Notas

- Campo gravitatorio creado por una masa (de campo) M puntual y potencial gravitatorio asociado (que crea M)

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r \longrightarrow V_g = -G \frac{M}{r}$$

- Fuerza (gravitatoria) que M ejerce sobre una masa de prueba m situada en un punto donde el campo es $\vec{g}$ y energía potencial asociada (del sistema formado por m y M)

$$\vec{F}_g = m \vec{g} = \dots \longrightarrow E_{p_g} = m V_g = \dots$$

- Potencial gravitatorio asociado a una campo gravitatorio constante

$$\vec{g} = -g \vec{j} \text{ (cte)} \longrightarrow V_g = g y$$

- Relación entre un campo central (dirigido en la dirección de $\vec{r}$) y su potencial asociado

$$\vec{g} = -\frac{dV_g}{dr} \vec{u}_r$$

- Aceleración debida a un campo gravitatorio (caída libre, velocidad de satelización, etc.)

$$\vec{F} = \vec{F}_g \text{ (conservativa)} \Rightarrow E_m = \text{cte} \Rightarrow E_{m_0} = E_{m_1} \Rightarrow \dots$$

- Velocidad de escape (v_e)

$$\vec{F} = \vec{F}_g \text{ (conservativa)} \Rightarrow E_m = \text{cte} \Rightarrow E_{m_0} = E_{m_1} \xrightarrow{0 \text{ (partícula libre)}} \Rightarrow \dots$$

- Velocidad orbital en órbitas circulares y 3.ª Ley de Kepler

$$F = m a \Rightarrow F_g = m a_c \Rightarrow \dots$$

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tabla 2.1: Constantes físicas

Constantes	(Nombre)
$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	(Constante de gravitación universal)
$M_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	(Masa del Sol)
$M_{\oplus} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	(Masa de la Tierra)
$R_{\oplus} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$	(Radio de la Tierra)
$R_{\text{órbita terrestre}} = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$	(Radio orbital medio de la Tierra)
$g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$	(Intensidad del campo gravitatorio terrestre)

Ley de la gravitación universal de Newton

1. Una masa puntual m_1 de 4,0 kg está situada en el origen de coordenadas O , otra masa puntual m_2 de 6,0 kg está situada en el punto $P(12, 9) \text{ m}$.

- Dibuja y calcula el campo gravitatorio que m_1 crea en P . Calcula también su intensidad.
- Calcula el vector fuerza con que la masa m_1 atrae a la masa m_2 y su módulo.
- Calcula el potencial gravitatorio que m_1 crea en P .
- Calcula la energía potencial de la masa m_2 .

2. Para el caso del ejercicio anterior:

- Dibuja y calcula el campo gravitatorio que m_2 crea en O . Calcula también su intensidad.
- Calcula el vector fuerza con que la masa m_2 atrae a la masa m_1 y su módulo. ¿Se cumple la 3.^a ley de Newton?
- Calcula el potencial gravitatorio que m_2 crea en O .
- Calcula la energía potencial de la masa m_1 y la energía potencial del sistema formado por las dos masas.

3. La Estación Espacial Internacional (ISS) supone una gran plataforma de investigación para diversos estudios científicos y tecnológicos: productos de fabricación espacial, astronomía, detección terrestre a distancia, mecánica de materiales y fluidos, desarrollo de plantas y animales, biotecnología, epitaxia de haz molecular (EHM), etc. La mayoría de estos experimentos se cimientan en las condiciones de microgravedad del medio espacial real. La microgravedad del espacio, también llamada gravedad cero, se ha convertido en una herramienta importante para que los científicos puedan desarrollar materiales altamente sofisticados y procesos para el uso en estructuras y maquinaria electrónica avanzada, y otros productos fundamentales en el siglo XXI.

Para llevar a cabo un experimento de cristalización de materiales en gravedad cero se pretende situar una nave en un punto apropiado entre la Tierra y la Luna. La Luna es el único satélite natural de la Tierra, su masa es $7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ y su centro está situado a una distancia del centro de la Tierra igual a $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Calcula a qué distancia del centro de la Tierra debe situarse la nave.

4. En cada uno de los vértices de un triángulo equilátero de 6,0 m de lado, se encuentra una masa

puntual de 120 kg. Para el punto P situado en medio de uno de los lados.

- a) Dibuja el campo gravitatorio.
- b) Calcula la intensidad del campo.
- c) Calcula el potencial gravitatorio.

5. “Los científicos han encontrado más de 5200 exoplanetas desde que se confirmó que el primer mundo de este tipo orbitaba una estrella similar al Sol en 1995, según la página de Exploración de Exoplanetas de la NASA. Más de la mitad de estos descubrimientos fueron realizados por el telescopio espacial Kepler de la NASA, que se lanzó en 2009 en una misión para determinar la compatibilidad con la vida de los planetas similares a la Tierra de nuestra galaxia, la Vía Láctea.

Descubrir la primera verdadera *Tierra alienígena* ha sido siempre un sueño de los astrónomos, y los recientes descubrimientos de exoplanetas han demostrado que los mundos pequeños y rocosos como el nuestro son abundantes en la galaxia. Para calificar como potencialmente amigable con la vida, un planeta debe ser relativamente pequeño (rocoso, por tanto, y con una gravedad similar a la de la Tierra), orbitar también en la *zona habitable* de su estrella, que se define vagamente como un lugar donde el agua puede existir en forma líquida en la superficie de un mundo. Cuando la tecnología del telescopio mejore, también se considerarán otros factores, como la composición atmosférica del planeta y la actividad de su estrella madre. [...]”

(Texto adaptado del artículo *Los 10 exoplanetas más parecidos a la Tierra*)

A partir de la intensidad del campo gravitatorio terrestre (si utilizar otras constantes):

- a) Calcula la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de un planeta, cuya masa es 3 veces la masa de la Tierra, y su radio 5 veces el radio terrestre.
- b) Cuanto pesará un hombre de 70 kg en un planeta de masa y radio 10 veces menor que los de la Tierra. Expresa el resultado en kgf (kilogramo-fuerza); esto es, el peso de una masa de 1 kg en la superficie terrestre.
- c) Si un astronauta de 80 kg aterriza en un planeta que tiene la misma densidad de la Tierra pero su radio es 10 veces mayor, ¿cuál sería el peso del astronauta en este planeta?
- d) Si dos planetas esféricos tienen la misma masa, pero la aceleración de la gravedad en la superficie del primero es 4 veces mayor que en la del segundo, calcula la relación entre los radios de los dos planetas y entre sus densidades.

Aplicación de las leyes del movimiento

6. Un punto P está situado a una altura de 640 m sobre la superficie de la Tierra.
 - a) Comprueba que la intensidad del campo gravitatorio en P es aproximadamente igual que en la superficie.
 - b) Calcula la velocidad con la que llega a la superficie terrestre.
7. Un punto P está situado a una altura de 640 km sobre la superficie de la Tierra.
 - a) Calcula la intensidad del campo gravitatorio en P .
 - b) Calcula la velocidad con la que llega a la superficie terrestre.
8. Dos masas puntuales de 9,0 kg se encuentran fijas en los puntos $(3, 0)$ y $(0, 3)$ m.
 - a) Dibuja los campos $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ que ambas crean en el origen de coordenadas O y el campo gravitatorio total $\vec{g}$. Calcula la intensidad de $\vec{g}$.
 - b) Calcula el potencial gravitatorio que crean en O .

c) Calcula el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para traer una partícula de 10 kg desde el infinito hasta el origen O .

d) Si en el infinito se encontraba en reposo, calcula la velocidad de la partícula en O .

e) Calcula el trabajo que se necesita realizar para detener y devolver a la partícula desde O al mismo punto infinitamente lejano.

f) Calcula el trabajo que se necesita realizar para trasladar a la partícula desde O a un punto infinitamente lejano si se encontrara inicialmente en reposo.

9. Dos masas puntuales de $2,0 \cdot 10^4$ kg y $5,0 \cdot 10^4$ kg están separadas una distancia fija de 8,0 metros.

a) Calcula la fuerza de atracción entre ambas masas.

b) Calcula el campo gravitatorio que crean en un punto P situado a 6 m de distancia de la segunda masa y a 14 m de la primera, dentro de la recta que las une, y su intensidad.

c) Calcula el potencial gravitatorio en P y en el punto P' , situado a 16 m de la segunda masa y a 24 m de la primera.

d) Si se abandona una partícula de 2,0 kg en P' , calcula su velocidad al pasar por P .

e) Calcula el trabajo que hay que realizar para llevar a esta partícula desde P' hasta P . Discute el signo del resultado.

10. En la historia de Julio Verne titulada *De la Tierra a la Luna* (1865), tres hombres viajaron a la Luna en un cohete disparado desde un cañón gigante situado en el suelo de Florida.

Calcula:

a) La velocidad de escape que permitirá al cohete escapar de la Tierra.

b) La velocidad inicial necesaria para disparar el cohete verticalmente hasta una altura sobre la Tierra igual a su radio.

11. El radio de la Tierra es de 6400 km y el valor de la intensidad del campo gravitatorio en su superficie es de 9,8 N/kg. Sabiendo que la Luna tiene una masa 81 veces menor y un radio cuatro veces menor que la Tierra, determina, utilizando solamente estos datos:

a) La aceleración de la gravedad en la Luna.

b) La velocidad de escape para un cuerpo situado sobre la superficie de la Luna.

12. Para poner un satélite en una órbita a 500 km de la superficie terrestre se ha seguido el procedimiento siguiente: un avión lo ha trasladado a 50 km de altura sobre la superficie terrestre; después, manteniendo esa altura, el avión ha acelerado hasta alcanzar la llamada velocidad de satelización; una vez alcanzada, ha soltado el satélite.

Calcula la velocidad de satelización en el caso descrito.

13. Se llama radio de Schwarzschild (o radio del horizonte de sucesos) a la distancia que hay desde el centro de un agujero negro a los puntos del espacio en que la velocidad de escape es la velocidad de la luz; esto es, el radio máximo de un agujero negro.

El radio de Schwarzschild se calcula *clásicamente* como el radio que tiene que tener una masa esférica para que solamente una partícula que se moviera a la velocidad de la luz pudiera escapar de su superficie (de manera que para radios menores, ni siquiera la luz escaparía).

a) Demuestra que el radio de Schwarzschild obedece esta ecuación para una esfera de masa M :

$$r = 2 \frac{GM}{c^2}$$

b) Calcula el radio de Schwarzschild del Sol discutiendo las unidades del resultado.

Constantes: $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

14. Imagina que una futura misión tripulada a la Luna está en fase de planificación. Los ingenieros espaciales deben diseñar un sistema de aterrizaje seguro para el módulo lunar, asegurándose de que los cálculos gravitacionales sean precisos. Para ello, se considera a la Luna como una masa puntual de $7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$, ubicada en su centro. Sabiendo que el radio lunar es aproximadamente 1737 km:

a) Calcula la magnitud del campo gravitatorio en la superficie de la Luna y compara su valor con el de la Tierra.

b) Determina el potencial gravitatorio en la superficie lunar y analiza su significado físico.

c) Si un astronauta de 80 kg se encuentra en la superficie de la Luna, ¿cuánta energía necesitaría para escapar completamente de su influencia gravitatoria?

d) Calcula la distancia que debe recorrer el módulo lunar sabiendo que la Luna tarda 27,3 días en dar una vuelta a la Tierra.

15. Un planeta hipotético describe una órbita circular alrededor del Sol, con un radio tres veces mayor que el radio de la órbita terrestre. Su masa también es el triple que la masa de la Tierra. Calcula cuántos años terrestres tardaría en describir su órbita sin utilizar ninguna constante.

16. Un satélite de comunicaciones de 1500 kg describe una órbita circular a 400 km de la superficie terrestre. Calcula:

a) La velocidad orbital.

b) El periodo de la órbita.

c) La energía del satélite.

d) La energía que hay que transferirle (trabajo) para llevarlo de un punto de su órbita al opuesto diametralmente.

e) La energía que hay que transferirle (trabajo) para llevarlo a una órbita también circular pero con radio dos veces mayor.

17. Discute si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

a) “El trabajo que se realiza al trasladar una masa entre dos puntos de una misma superficie equipotencial es cero.”

b) “Las unidades $\sqrt{\text{J kg}^{-1}}$ son unidades de velocidad.”

c) “La intensidad del campo gravitatorio y el potencial gravitatorio son nulos en el punto medio del segmento que une dos masas iguales.”

Repaso

18. Dos partículas de masa M se encuentran fijas en los vértices inferiores A y B de un triángulo equilátero de lado a . Si el tercer vértice es C :

a) Dibuja el campo que crea cada una en C y el campo gravitatorio total.

b) Calcula el campo que crean en C .

c) Calcula el potencial en C .

d) Calcula el potencial en el punto medio P de la base de triángulo.

e) Calcula el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria al trasladar una masa m desde C hasta P .

f) Si parte del reposo, calcula la velocidad de m al pasar por P .

g) Si parte del reposo, calcula el trabajo que hay que realizar para trasladar la masa m desde P hasta C .

h) ¿Qué trabajo habría que realizar para trasladar la masa m desde C hasta P ?

19. Desde la superficie de Marte se lanza un satélite de 1000 kg hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de Marte igual a $3/2$ del radio marciano. Sabiendo que el radio de Marte es $3,39 \cdot 10^6$ m y la intensidad del campo gravitatorio en la superficie de Marte es $3,72 \text{ m/s}^2$:

a) Calcula la intensidad del campo gravitatorio marciano en la órbita del satélite obteniendo previamente una fórmula que la relacione con los datos y constantes físicas ofrecidos (es decir, en la fórmula no puede estar la masa de Marte).

b) Calcula la masa de Marte.

c) Halla el peso de una astronauta de 68 kg de masa que se situase allí.

d) Si la astronauta se sitúa a 10 m del satélite, calcula la fuerza de atracción entre ambos.

e) Calcula la velocidad del satélite.

f) Calcula la velocidad de satelización si el satélite se lanza desde la superficie de Marte.

g) Calcula la velocidad de escape del satélite en su órbita.

h) Calcula la energía del satélite, su energía cinética y su energía potencial.

i) Calcula la energía que consumirían los propulsores del satélite si se hubiera que elevarlo a una órbita cuyo radio fuera el doble que el radio marciano.

20. “La Agencia Espacial Europea (ESA, de sus siglas en inglés) se jugaba mucho este lunes. Por suerte, todo salió bien. La misión de defensa planetaria Hera despegó desde el Centro Espacial John F. Kennedy, ubicado en Cabo Cañaveral, a las 16:52, hora peninsular española. Si se cumple lo previsto, en dos años la nave llegará a su destino: el sistema de asteroides Didymos. Y allí comenzará a investigar para saber qué podemos hacer para desviar esas rocas cuando una de ellas se dirija a la Tierra.

[...] Recientemente hemos tenido algún susto. Ahora sabemos que el 13 de abril de 2029 el asteroide Apophis, de unos 375 metros de diámetro y cerca de 20 millones de toneladas, pasará a 32000 kilómetros de la superficie de la Tierra, una distancia más cercana que la de los satélites de telecomunicaciones en órbita geoestacionaria. Pero cuando se descubrió, en 2004, los científicos estimaron que había una pequeña posibilidad de que impactara contra nuestro planeta en 2029, 2036 o 2068.

La amenaza es real. Y cuando llegue, hay que saber cómo actuar. De ahí surge Hera, la primera generación con capacidad para desviar un asteroide que va a llegar a la Tierra.”

(Texto adaptado de *El independiente*, 8 de octubre de 2024.)

Responde a las siguientes cuestiones:

El protagonista de nuestra historia es Hera, un satélite que tiene una masa aproximada de 1128 kg. Supongamos que Hera carece de sistema de propulsión propio.

a) La velocidad que necesita Hera para escapar de la influencia terrestre ¿depende de su masa?

b) Sabiendo que Cabo Cañaveral se encuentra a nivel del mar, encuentra la velocidad a la que se refiere el apartado a).

c) Si quisiéramos colocar Hera en una órbita circular alrededor de la Tierra, para interceptar al asteroide Apophis, ¿qué energía cinética tendríamos que imprimirle?

d) Si una vez en la órbita nuevos cálculos indicaran que hay que situarlo en una órbita situada a 40000 km de la órbita terrestre, calcula el trabajo que deben realizar los propulsores.

Tema 3. Interacción eléctrica

Ley de la electrostática de Coulomb

Campo eléctrico y potencial eléctrico

La carga eléctrica puntual de campo Q de la Figura 3.1 crea en el punto de prueba P del espacio vacío un campo eléctrico $\vec{E}$ que viene dado por la expresión que sigue:

$$\vec{E} = K_0 \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r, \text{ donde } K_0 \text{ es la constante de Coulomb en el vacío}$$

Por tratarse de un campo conservativo, puede considerarse que la carga Q también crea en P un potencial eléctrico, V_E , que viene dado por:

$$V_E = K_0 \frac{Q}{r}$$

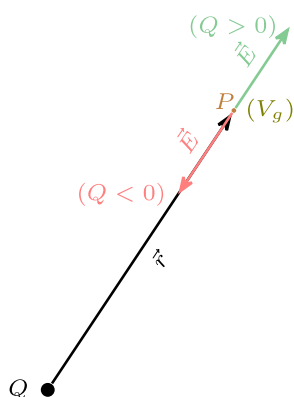


Figura 3.1: Campo eléctrico y potencial eléctrico

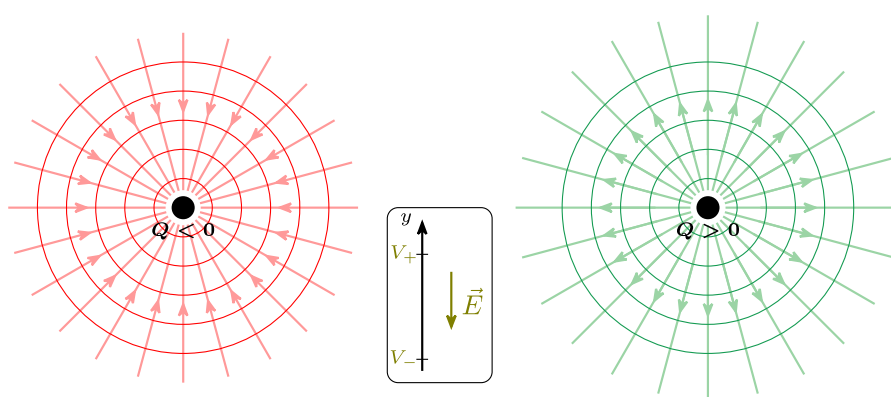


Figura 3.2: Líneas de campo y superficies equipotenciales creados por una carga negativa y una carga positiva. El campo se dirige de potenciales mayores a menores.

Observa (Figura 3.1) que el vector campo eléctrico apunta hacia la carga de campo Q si esta es negativa y hacia el infinito si la carga Q es positiva (el sentido, por tanto, puede predecirse suponiendo que en el punto de prueba P hay una carga positiva). De aquí que las líneas de campo (Figura 3.2) en el primer caso, $Q < 0$, tengan el sumidero en la carga de campo y la fuente en el infinito; al contrario si $Q > 0$. El potencial eléctrico puede ser negativo (si $Q < 0$) o positivo (si $Q > 0$); en ambos casos el cero de potenciales se establece en el infinito ($r = \infty$). También en ambos casos, obsérvese, el campo $\vec{E}$ se dirige en el sentido que va de potenciales mayores (V_+) a menores (V_-).

La constante de Coulomb es distinta si los campos se crean en otros medios distintos del vacío. En general, la constante de Coulomb en un medio dado cumple:

$$K = \frac{1}{4\pi \varepsilon}, \text{ donde } \varepsilon \text{ es la permitividad eléctrica del medio } (\varepsilon_0 \text{ en el vacío})$$

Fuerza eléctrica y energía potencial eléctrica

El efecto de estos campos $\vec{E}$ y V_E para una partícula de carga q situada en el punto de prueba P (carga de prueba) son, respectivamente, una fuerza a la que va estar sometida esta partícula y una

energía potencial que va adquirir (en rigor, es la energía potencial del sistema formado por q y Q):

$$\vec{F}_E = q \vec{E} \Rightarrow \vec{F}_E = K_0 \frac{Qq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$E_{pE} = m V_E \Rightarrow E_{pE} = K_0 \frac{Qq}{r}$$

OBS. $[\vec{E}] = \frac{[\vec{F}]}{[q]} = \frac{\text{N}}{\text{C}}$ $[V_E] = \frac{[E]}{[q]} = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V (volt o voltio)}$

Dados los dos sentidos que puede tener el campo $\vec{E}$ (obsérvese en la Figura 3.1) y que la carga q puede ser positiva o negativa, la fuerza eléctrica puede ser en efecto de atracción para cargas de signo opuesto y de repulsión para cargas del mismo signo. La energía potencial eléctrica es negativa si la fuerza es de atracción, lo que supone un pozo de potencial en la que puede estar atrapada la carga q ; pero también puede ser positiva si la fuerza es de repulsión, lo que va a suponer una barrera de potencial para la carga q .

En la Figura 3.3 se observa cómo las cargas positivas aceleran de potenciales mayores a menores (como las masas); las cargas negativas, de potenciales menores a mayores.

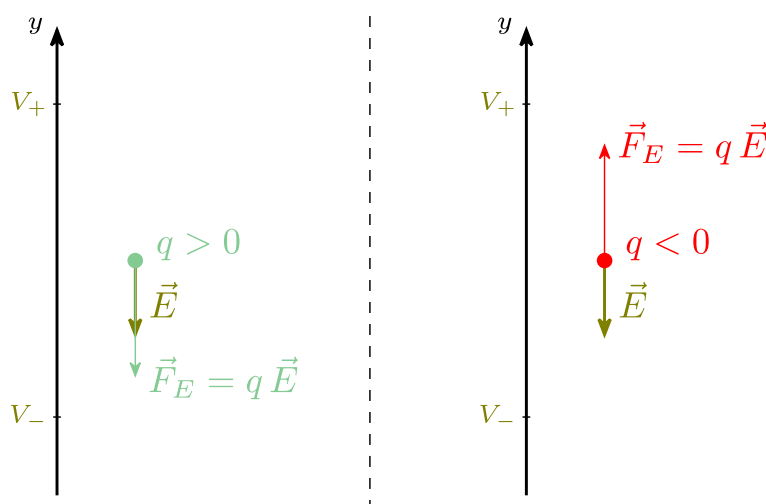


Figura 3.3: Carga positiva y negativa en el seno de un campo eléctrico

Campo eléctrico constante

Como en el caso gravitatorio, pueden encontrarse zonas del espacio con un campo eléctrico constante ($\vec{E} = \text{cte}$), como el que crea un condensador entre sus placas. Si, recordando el caso gravitatorio, se sitúa el eje y en la dirección del campo (como se indica en la Figura 3.2), el potencial eléctrico puede definirse como $V_E = E y$, situando en el cero de potenciales en $y = 0$, correspondiente al punto con potencial menor V_- (toma de tierra):

$$\vec{E} = -E \vec{j} (\text{cte}) \longrightarrow V_E = E y \Rightarrow \vec{F}_E = -q E \vec{j} (\text{cte}) \longrightarrow E_{pE} = q E y$$

Aplicación de las leyes del movimiento

El estudio de una carga acelerada (o frenada) por un campo eléctrico, como en el caso gravitatorio, puede aplicarse el teorema de conservación de la energía, dado que la fuerza eléctrica es conservativa. Por ejemplo, supongamos que una carga positiva q se encuentra en reposo en un punto del espacio con potencial V_+ y acelera hacia otro punto con potencial V_- , como se ilustra en la Figura 3.3. ¿Qué veloci-

dad tendría en este punto? Aplicando, como decimos, el teorema de conservación de la energía:

$$\begin{aligned}\vec{F} = \vec{F}_E \text{ (conservativa)} &\Rightarrow E_m = \text{cte} \Rightarrow E_{m_0} = E_{m_1} \Rightarrow E_{c_0} + E_{p_0} = E_{c_0} + E_{p_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 + q V_{E_0} = \frac{1}{2} m v_1^2 + q V_{E_1} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot 0^2 + q V_+ = \frac{1}{2} m v_1^2 + q V_- \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \frac{q}{m} \Delta V}, \text{ donde } \Delta V = V_+ - V_-\end{aligned}$$

Para una carga negativa el resultado sería similar, teniendo en cuenta que si acelera la posición inicial correspondería al punto con potencial menor.

De nuevo, si el campo $\vec{E}$ fuera constante, siguiendo el esquema de la Figura 3.3, podrían calcularse los potenciales mayor y menor con $V_E = q y$.

Teorema de Gauss

El flujo de un campo como el eléctrico, Φ_E , puede visualizarse como el número de líneas de campo que atraviesa una superficie (ver Figura 4.13). El Teorema de Gauss para el campo eléctrico dice que el flujo Φ_E del campo eléctrico a través de una superficie cerrada cumple:

$$\Phi_E = 4\pi K_0 Q, \text{ donde } Q \text{ es la carga que encierra la superficie}$$

Este teorema permite calcular campos creados por cuerpos no puntuales. Por ejemplo, en el caso del campo gravitatorio, hemos supuesto que el que crea un planeta es el mismo que crearía una partícula situada en su centro que concentrara toda la masa del planeta. Lo mismo cabe decir del campo eléctrico que crea una esfera con densidad de carga uniforme, como se ilustra en la Figura 3.4:

- Campo eléctrico creado por una esfera cargada de radio R con densidad de carga ρ uniforme

$$E = K_0 \frac{Q}{r^2}, \text{ donde } Q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

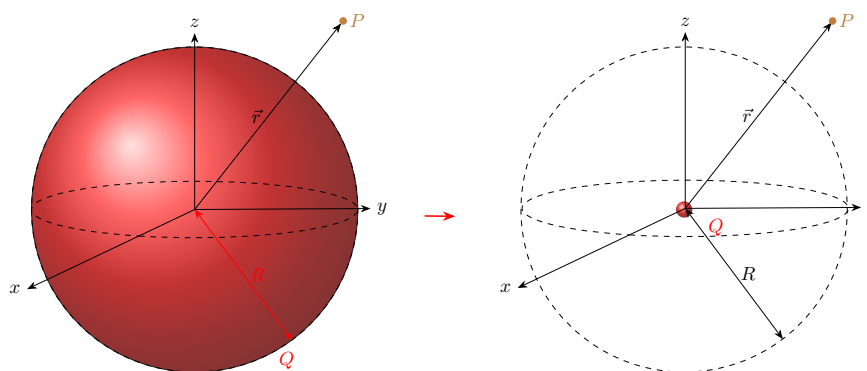


Figura 3.4: El campo eléctrico que crea una carga esférica uniforme en un punto exterior es el mismo que crearía una partícula con la misma carga situada en su centro.

- Campo eléctrico creado por una superficie esférica cargada de radio R y con densidad superficial de carga σ uniforme

$$E = \begin{cases} 0 & \text{en puntos interiores } (r < R) \\ K_0 \frac{Q}{r^2} & \text{en puntos exteriores } (r > R) \end{cases}, \text{ donde } Q = 4\pi R^2 \sigma$$

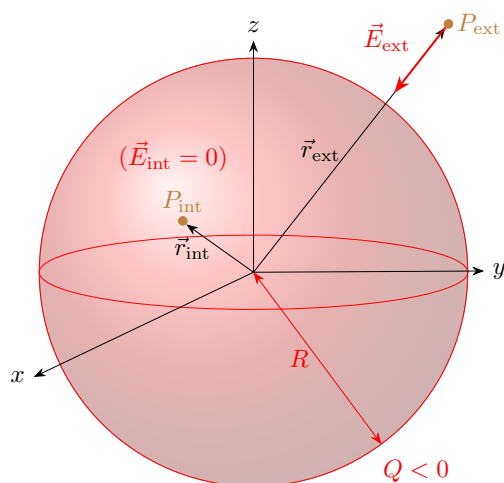


Figura 3.5: Superficie esférica de carga

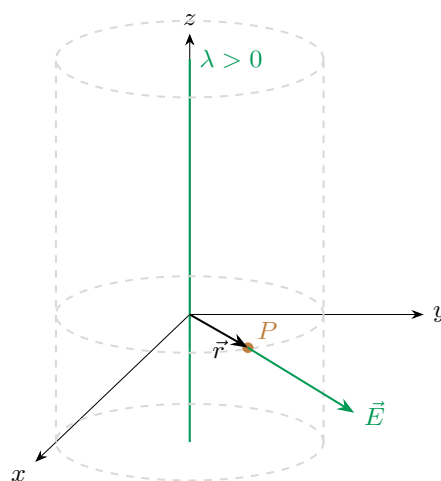


Figura 3.6: Distribución lineal de carga

· Campo eléctrico creado por una distribución lineal infinita de carga con densidad lineal de carga λ uniforme

$$E = 2 K_0 \frac{\lambda}{r}, \text{ donde } \lambda = \frac{Q_{\text{segmento de longitud } L}}{L}$$

Notas

- Campo eléctrico creado por una carga (de campo) Q puntual y potencial gravitatorio asociado (que crea Q)

$$\vec{E} = K_0 \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \longrightarrow V_E = K_0 \frac{Q}{r}$$

- Fuerza (eléctrica) que Q ejerce sobre una carga de prueba q situada en un punto donde el campo es $\vec{E}$ y energía potencial asociada (del sistema formado por q y Q)

$$\vec{F}_E = q \vec{E} = \dots \longrightarrow E_{p_E} = m V_E = \dots$$

- Relación entre la constante de Coulomb K y la permitividad eléctrica ε de un medio

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon}$$

- Potencial gravitatorio asociado a una campo gravitatorio constante

$$\vec{E} = -E \vec{j} \text{ (cte)} \longrightarrow V_E = E y$$

- Aceleración debida a un campo eléctrico

$$\vec{F} = \vec{F}_E \text{ (conservativa)} \Rightarrow E_m = \text{cte} \Rightarrow E_{m_0} = E_{m_1} \Rightarrow \dots$$

- Flujo eléctrico a través de una superficie cerrada que encierra una carga neta Q (Teorema de Gauss)

$$\Phi_E = 4\pi K_0 Q$$

- Campo eléctrico creado por una esfera de radio R con densidad de carga ρ uniforme

$$E = K_0 \frac{Q}{r^2}, \text{ donde } Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

- Campo eléctrico creado por una superficie esférica de radio R y con densidad superficial de carga σ uniforme

$$E = \begin{cases} 0 & \text{en puntos interiores } (r < R) \\ K_0 \frac{Q}{r^2} & \text{en puntos exteriores } (r > R) \end{cases}, \text{ donde } Q = 4\pi R^2 \sigma$$

- Campo eléctrico creado por una distribución lineal infinita con densidad lineal de carga λ uniforme

$$E = 2 K_0 \frac{\lambda}{r}, \text{ donde } \lambda = \frac{Q_{\text{segmento de longitud } L}}{L}$$

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tabla 3.1: Constantes físicas

Constantes	(Nombre)
$K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	(Constante de Coulomb en el vacío)
$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$	(Permitividad eléctrica en el vacío)
$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	(Carga elemental)
$m_{e^-} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	(Masa del electrón)
$m_{p^+} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Masa del protón)

Ley de la electrostática de Coulomb

1. Una carga puntual q_1 de 4,0 C está situada en el origen de coordenadas O , otra carga puntual q_2 de 6,0 C está situada en el punto $P(12, 9) \text{ m}$.

- Dibuja y calcula el campo eléctrico que q_1 crea en P . Calcula también su intensidad.
- Calcula el vector fuerza con que la carga q_1 repele a la carga q_2 y su módulo.
- Calcula el potencial eléctrico que q_1 crea en P .
- Calcula la energía potencial de la carga q_2 y la energía potencial del sistema formado por q_1 y q_2 .

2. Dos cuerpos puntuales de carga eléctrica q y $4q$, con $q > 0$, están separados una distancia fija d dentro de un medio en que la permitividad eléctrica es ε .

- Determina a qué distancia de la primera carga, dentro del segmento que las une, se encuentra el punto P en que se anula el campo eléctrico que ambas crean.
- ¿Se anula igualmente el potencial eléctrico en P ?
- Determina el trabajo necesario para trasladar un electrón desde P hasta el infinito.

3. Dos cargas de 2 mC se encuentran fijas en los puntos $A(2, 0)$ y $B(0, 2)$ de un sistema de coordenadas en el que las distancias se miden en metros. Una tercera carga de -2 mC , se encuentra en el origen de coordenadas $O(0, 0)$.

- Dibuja y calcula el campo eléctrico que las dos primeras cargas crean en O .
- Dibuja y calcula la fuerza que las dos primeras ejercen sobre la tercera.
- Calcula el potencial eléctrico que las dos primeras cargas crean en O y en $B(1, 1)$.
- Si la tercera carga se encuentra en reposo en O , calcula su velocidad al pasar por B .
- Calcula el trabajo que realiza la fuerza eléctrica en esta traslación.
- Calcula el trabajo que habría que realizar para frenar a la carga y devolverla al origen O .

4. El Centro del acelerador lineal de la Universidad de Stanford (SLAC) es un laboratorio del Departamento de energía de los Estados Unidos dedicado a la investigación científica. Los experimentos llevados a cabo en el laboratorio en ese campo han producido tres premios Nobel de física: por el descubrimiento del quark charm (c) y el mesón J/ψ ($c\bar{c}$), por confirmar la presencia de quarks en protones y neutrones, y por detectar la partícula tau (τ^-). El acelerador lineal principal tiene una longitud de 3219 m y fue durante mucho tiempo el acelerador lineal más largo del mundo; ha estado en funcionamiento desde el año 1966.

Supongamos que a través de este acelerador se pretenden acelerar protones (p^+) y se establece entre sus puntos inicial y final una diferencia de potencial de 21 kV.

- Calcula la velocidad que alcanzaría el protón (si parte del reposo).
- Si el acelerador trabajara con un campo eléctrico uniforme ($\vec{E} = \text{cte}$), calcula su intensidad y la fuerza ejercida sobre el electrón.
- Sabiendo que la masa del ion cloruro (S^{2-}) es $5,3245 \cdot 10^{-26}$ kg determina la diferencia de potencial que debe establecerse entre los extremos del acelerador si se pretende que aceleren hasta una velocidad de $2 \cdot 10^6$ m/s.

5. Dos esferas pequeñas de 5 g y carga igual se suspenden del mismo punto por hilos iguales de 0,50 m. Determina la carga de las esferas sabiendo que en equilibrio los hilos forman un ángulo de 60° .

Teorema de Gauss

6. Calcula el flujo del campo eléctrico a través de las superficies cerradas indicadas en la Figura 3.7 si $q = 2,0$ C.

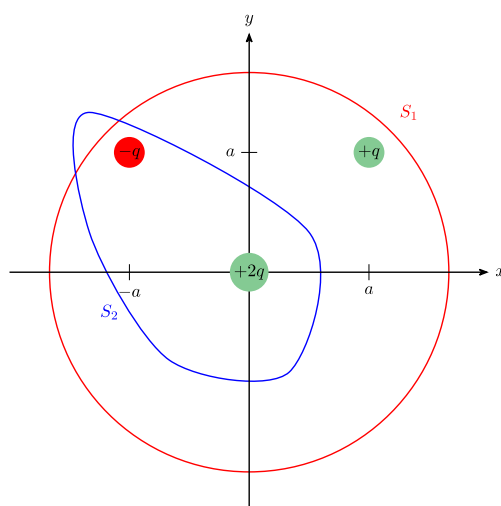


Figura 3.7

7. Calcula:

- La intensidad del campo eléctrico que crea una superficie esférica con densidad de carga uniforme igual a $2,0 \text{ C/m}^2$ en los puntos $P(2, 1)$ m y $P'(5, 3)$ m si el centro de la superficie se encuentra en el origen de coordenadas y su radio es de 4,0 m. (Dibuja también el campo $\vec{E}$ en los dos puntos.)
- La intensidad del campo eléctrico que crea una distribución lineal infinita de carga con densidad lineal $\lambda = -2,0 \text{ C/m}$ a una distancia de 10 m de ella. (Dibuja también el campo $\vec{E}$.)

8. Discute si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

- “Las unidades V m^{-1} son unidades de campo eléctrico.”
- “Si el potencial eléctrico y la intensidad del campo eléctrico que crea una carga puntual, valen 600 V y 200 N/C en cierto punto del espacio, la distancia desde la carga al punto es 3 m.”

Repaso

9. Dos cargas puntuales, con valores $q_1 = -9 \text{ C}$ y $q_2 = +9 \text{ C}$, se encuentran fijas en los puntos $P_1(-3, 0)$ m y $P_2(3, 0)$ m, respectivamente. Suponiendo que todos los datos se dan con 2 cifras significa-

tivas:

- Dibuja los campos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ que crean las cargas q_1 y q_2 en el punto $P(0,3)$ m y el campo total $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ en ese punto.
- Calcula el campo eléctrico que ambas crean en P y su intensidad.
- Calcula el potencial eléctrico en P y en $P'(3,3)$ m.
- Calcula el trabajo necesario para trasladar un electrón desde P' hasta P .
- Calcula la velocidad de escape para un electrón situado en P' .
- Si se abandona un protón en P' , ¿qué velocidad tendrá a una distancia infinita de las cargas q_1 y q_2 ?

10. En la Figura 3.8 se representa una superficie esférica con densidad superficial de carga (uniforme) de $+2 \text{ C/m}^2$. También, una distribución lineal infinita con densidad lineal de carga (uniforme) de -2 C/m .

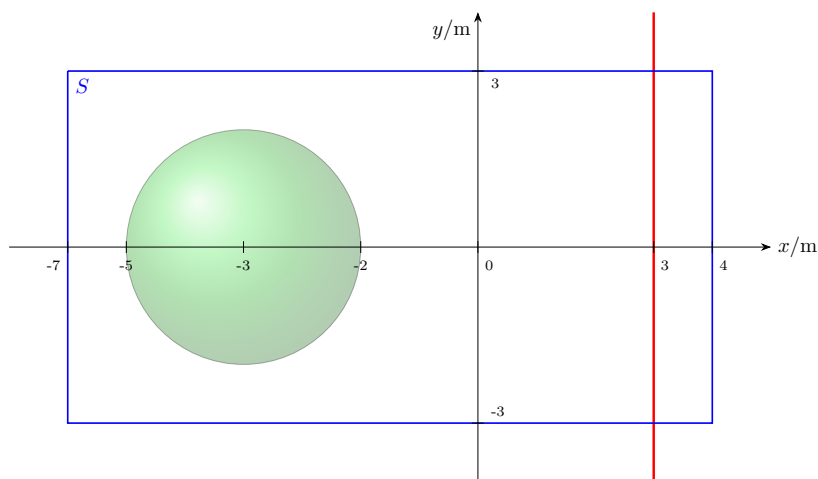


Figura 3.8

- Calcula la carga de la superficie esférica.
- Calcula la carga de un tramo de 6 m de la distribución lineal.
- Calcula el flujo del campo eléctrico Φ_E a través de la superficie S .
- Calcula la intensidad del campo eléctrico E_s que crea la superficie esférica en el origen O de coordenadas.
- Calcula la intensidad del campo eléctrico E_l que crea la distribución lineal en el origen O de coordenadas.
- Dibuja el campo eléctrico $\vec{E}_s$ que crea la superficie esférica y el campo eléctrico $\vec{E}_l$ que crea la distribución lineal en el origen O de coordenadas.
- Determina el vector campo eléctrico $\vec{E}$ que las dos distribuciones crean en O .
- Si R es el radio de la superficie esférica, determina la relación entre las intensidades de los campos que la superficie crea en dos puntos situados a distancias $r_1 = 2R$ y $r_2 = 3R$.

Tema 4. Interacción magnética

Ley de Biot y Savart y Ley de Lorentz del magnetismo

Ley de Biot y Savart del campo magnético

Las cargas eléctricas en movimiento, como las corrientes eléctricas, crean campos magnéticos $\vec{B}$. La intensidad I de corriente eléctrica mide la cantidad de carga por unidad de tiempo que está circulando.

OBS. $[I] = \frac{[q]}{[t]} = \frac{C}{s} = A$ (ampere o amperio)

- Campo magnético creado por una corriente rectilínea infinita

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}, \text{ donde } \mu_0 \text{ es la permeabilidad magnética en el vacío}$$

Observa en la Figura 4.1 y en la Figura 4.2 que el sentido de $\vec{B}$ sigue la regla de la mano derecha de acuerdo con el sentido de la corriente I . Observa también cómo se representa el vector $\vec{B}$ si entra en el plano ($\otimes$) y si sale ($\odot$).

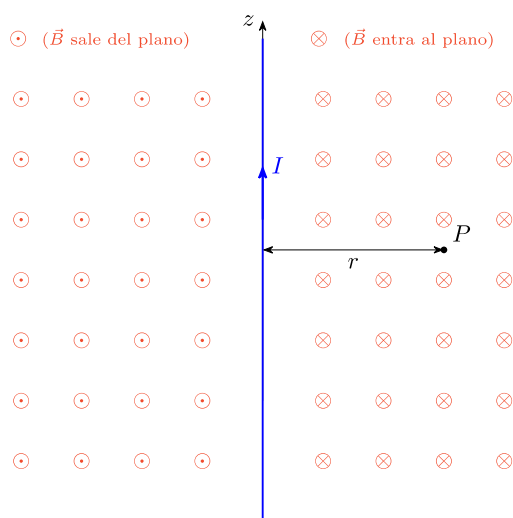


Figura 4.1: Corriente rectilínea

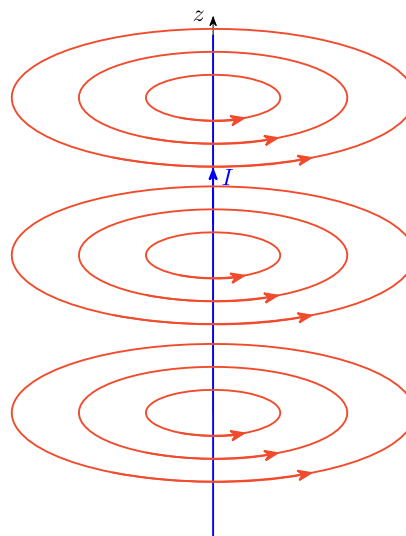


Figura 4.2: Líneas de campo

- Campo magnético creado por una corriente circular en su centro

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R}$$

Observa en la Figura 4.3 y en la Figura 4.4 que, de nuevo, el sentido de $\vec{B}$ sigue la regla de la mano derecha de acuerdo con el sentido de la corriente I .

Observa también en la Figura 4.2 y en la Figura 4.4 que las líneas de campo magnético son cerradas, esto se debe a que no existen los monopolos magnéticos (sí existen los eléctricos, que son las cargas). Se establece que la fuente de las líneas de campo magnético es el polo norte y el sumidero es el polo sur.

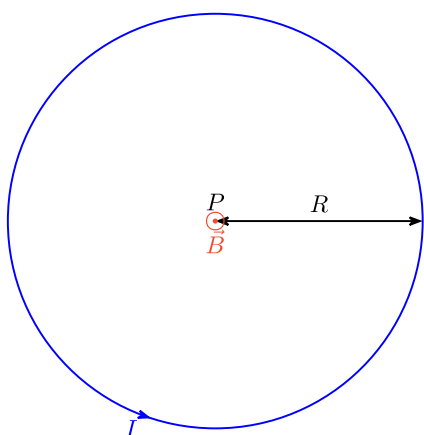


Figura 4.3: Corriente circular

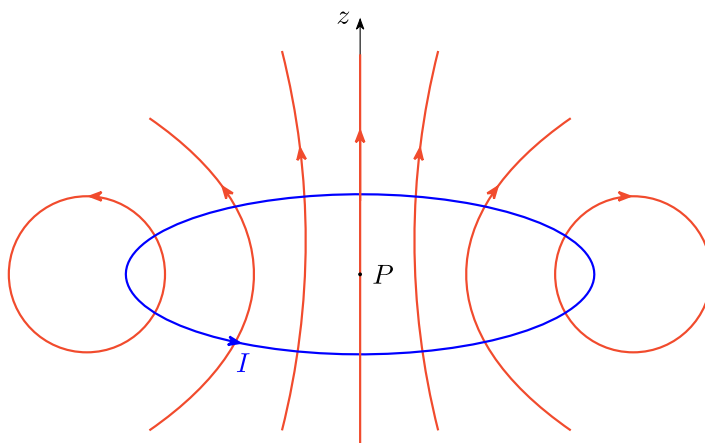


Figura 4.4: Líneas de campo

- Campo magnético creado por un solenoide en su interior

$$B = \mu_0 \frac{N I}{L}, \text{ donde } \begin{cases} N \text{ es el número de vueltas del solenoide} \\ L \text{ es la longitud del solenoide} \end{cases}$$

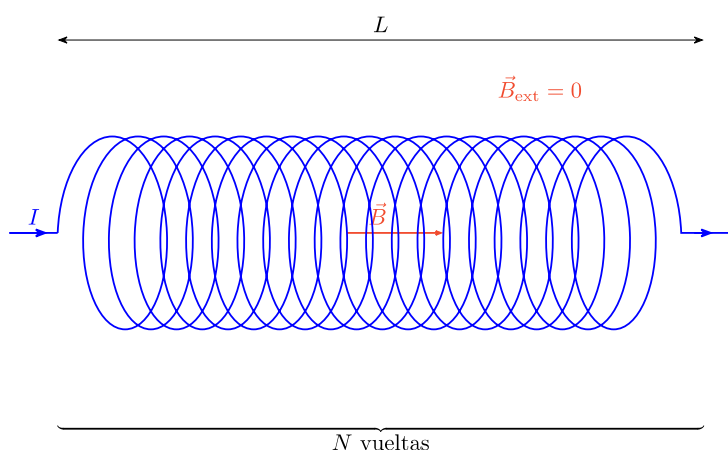


Figura 4.5: Solenoide

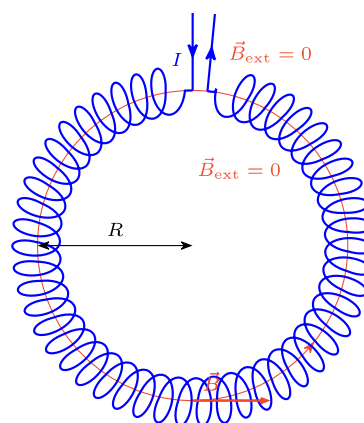


Figura 4.6: Toroide

- Campo magnético creado por un toroide en su interior

$$B = \mu_0 \frac{N I}{2\pi R}, \text{ donde } \begin{cases} N \text{ es el número de vueltas del toroide} \\ R \text{ es el radio del toroide} \end{cases}$$

Como se indica en la Figura 4.5 y en la Figura 4.6, tanto en exterior del solenoide como en el exterior del toroide, el campo magnético es nulo. Por lo demás, el sentido de $\vec{B}$ vuelve a seguir la regla de la mano derecha.

- Campo magnético creado por una carga puntual en movimiento

$$B = \mu_0 \frac{Q v |\sin \alpha|}{4\pi r^2}$$

Observa en la Figura 4.7 que de nuevo el campo $\vec{B}$ sigue la regla de la mano derecha de acuerdo con el sentido de giro del ángulo α .

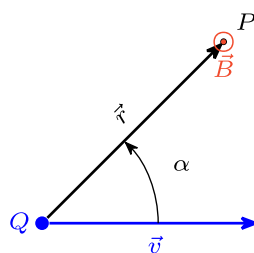


Figura 4.7: Carga en movimiento

Ley de Lorentz de la fuerza magnética

Los campos magnéticos tienen efecto sobre cargas también en movimiento, que van a verse sometidas a una fuerza de naturaleza magnética.

- Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F_B = |q| v B \sin \beta, \text{ donde } \beta \text{ es el ángulo que va de } \vec{v} \text{ a } \vec{B}$$

OBS. $[\vec{B}] = \frac{[\vec{F}]}{[q][\vec{v}]} = \frac{\text{N}}{\text{C m s}^{-1}} = \text{T (tesla)}$

Como se observa en la Figura 4.8 la fuerza $\vec{F}_B$ es perpendicular al plano formado por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$; por lo demás, el sentido de la fuerza sigue la regla de la mano derecha de acuerdo con el giro de β .

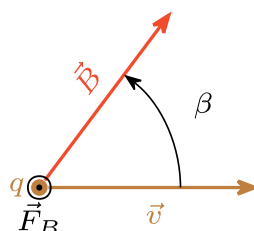


Figura 4.8: Fuerza magnética sobre una carga en movimiento

- Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea (Ley de Laplace)

$$F_B = I L B \sin \beta, \text{ donde } L \text{ es la longitud de la corriente } I$$

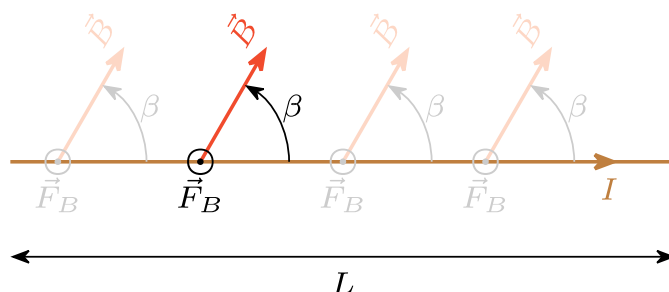


Figura 4.9: Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea

Si se hace circular por una espira como la de la Figura 4.10 una corriente eléctrica I , según la ley de Laplace, sobre los tramos paralelos al eje x se van a ejercer fuerzas iguales de sentido opuesto (par de fuerzas) que van a hacer que la espira gire sobre el eje x . Este es el principio del motor eléctrico.

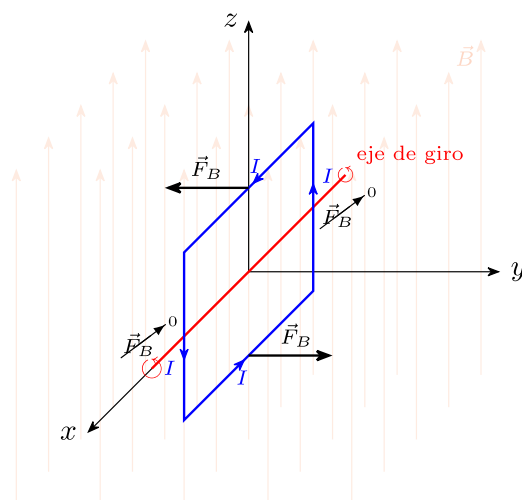


Figura 4.10: Motor eléctrico

Aplicación de las leyes del movimiento

Supongamos que una carga eléctrica q entra en un campo magnético constante perpendicular a su velocidad ($\vec{B} \perp \vec{v}$), como se ilustra en la Figura 4.11.

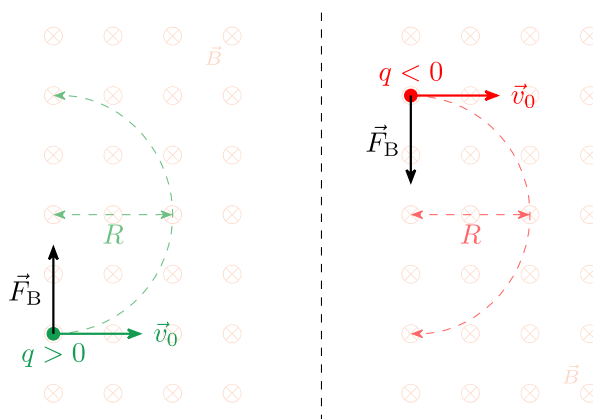


Figura 4.11: Carga positiva y carga negativa entrando perpendicularmente a un campo magnético

Puesto que la fuerza $\vec{F}_B$ sobre la carga va permanecer perpendicular a su velocidad, el movimiento que sigue es un MCU (observa el sentido de giro, dependiendo del signo de q , en la Figura 4.11). El radio R de la trayectoria cumple de acuerdo con la 2.ª ley de Newton y la ley de Lorentz:

$$F = m a \Rightarrow |q| v B \sin \beta = m a_c \Rightarrow |q| v B \sin 90^\circ = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m v}{|q| B}$$

En los espectrómetros de masas se utiliza este resultado para determinar masas de isótopos.

Si, además del campo magnético, en la zona del espacio existe un campo eléctrico, la carga se verá sometida también a una fuerza eléctrica $\vec{F}_E$. En los selectores de velocidad se ajustan los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ para que sólo las partículas que tienen una velocidad determinada no desvíen su trayectoria.

En la Figura 4.12 se ilustra el caso de una carga positiva con la velocidad $\vec{v}$ justa para no desviarse. De acuerdo con la 1.ª ley de Newton la fuerza neta sobre ella debe ser nula. Según el criterio de signos establecido en la figura:

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow F_B - F_E = 0 \Rightarrow F_B = F_E \Rightarrow |q| v B \sin 90^\circ = |q| E \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

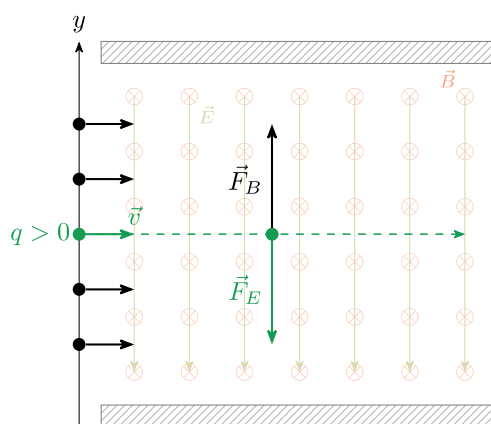


Figura 4.12: Selector de velocidades

Teorema de Ampere

Como el Teorema de Gauss, el Teorema de Ampere permite determinar el campo magnético que crean corrientes eléctricas con cierta simetría (como las estudiadas). El Teorema de Ampere dice que la circulación Λ_B del campo magnético a lo largo de una trayectoria cerrada cumple:

$\Lambda_B = \mu_0 I$, donde I es la corriente eléctrica que atraviesa la superficie que encierra la trayectoria

La circulación de un campo conservativo, como $\vec{g}$ y $\vec{E}$, a lo largo de una trayectoria cerrada es 0. En este sentido, de acuerdo con el teorema, el campo $\vec{B}$ no es conservativo; de manera que no puede asociarse a un potencial escalar como los estudiados para la interacción gravitatoria y eléctrica.

Al hilo de esto, obsérvese que, de acuerdo con la ley de Lorentz, la velocidad $\vec{v}$ de la carga que se encuentra en el seno de un campo magnético y la fuerza $\vec{F}_B$ sobre ella son perpendiculares; de manera que el trabajo W_B que realiza la fuerza magnética es cero ($W_B = 0$). Como hemos estudiado, el trabajo que realiza una fuerza conservativa es igual a la disminución de la energía potencial asociada a la fuerza ($W_C = -\Delta E_p$). De aquí se comprende también que esta fuerza no puede ser conservativa, a pesar de que una partícula sometida a ella pueda perfectamente conservar su energía ($W_{\text{noC}} = 0 \Rightarrow E = \text{cte}$).

Inducción electromagnética

Estudiamos aquí cómo, al igual que un campo eléctrico, un campo magnético puede provocar el movimiento de cargas eléctricas, es decir, inducir corriente eléctrica.

Flujo magnético

Ya se ha dicho que el flujo de un campo a través de una superficie puede visualizarse como el número de líneas de campo que atraviesa la superficie, como se ilustra en la Figura 4.13.

Si en todos los puntos de una superficie de área A el campo $\vec{B}$ tiene el mismo valor, el flujo del campo magnético puede calcularse mediante la ecuación siguiente:

$\Phi_B = B A \cos \varphi$, donde φ es el ángulo formado por $\vec{B}$ y la normal a la superficie

OBS. $[\Phi_B] = [B][A] = \text{T m}^2 = \text{Wb}$ (weber)

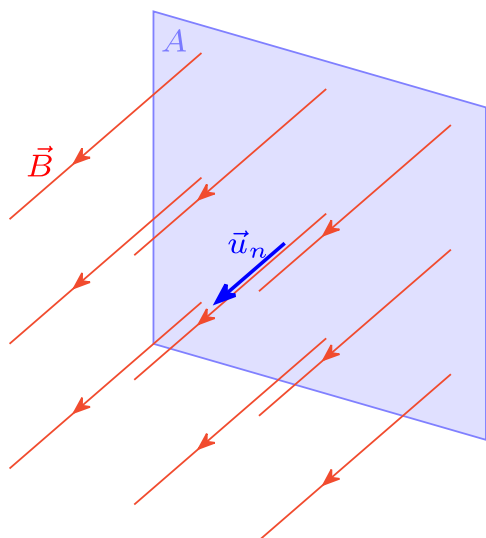


Figura 4.13: Flujo del campo magnético

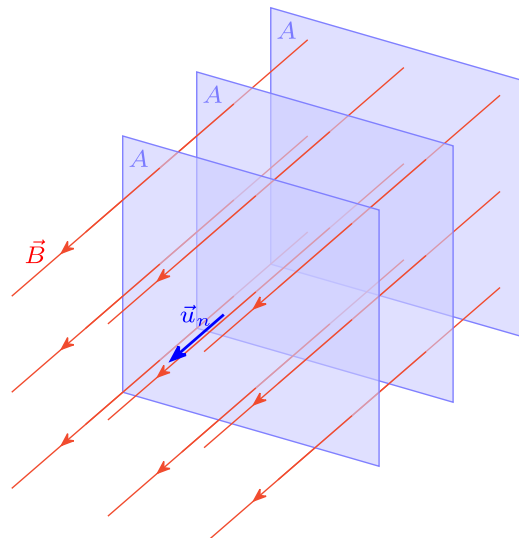


Figura 4.14: Flujo a través de varias superficies

Si las líneas de campo atraviesan N superficies como las superficies de la Figura 4.14, el flujo magnético a través de ellas es:

$$\Phi_B = N B A \cos \varphi$$

Ley de Faraday-Henry

A través de esta ley se entiende que es el cambio en el flujo magnético, $\frac{d\Phi_B}{dt}$, el que va a inducir la corriente eléctrica. Si existe un movimiento de cargas eléctricas entre dos puntos, puede entenderse que entre esos dos puntos se ha inducido igualmente una diferencia de potencial eléctrico ΔV ; también llamada fuerza electromotriz (fem o efm, ε) o tensión eléctrica.

De acuerdo con la Ley de Faraday-Henry:

$$\Delta V = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

OBS. $\left[\frac{d\Phi_B}{dt} \right] = \frac{[\Phi_B]}{[t]} = \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = \text{T m}^2 \text{s}^{-1} = \frac{\text{N}}{\text{C m s}^{-1}} \text{m}^2 \text{s}^{-1} = \frac{\text{N m}}{\text{C}} = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$

Ley de Ohm

La relación entre la diferencia de potencial $\Delta V = V_+ - V_-$ y la intensidad de corriente eléctrica I inducidas sigue la Ley de Ohm:

$\Delta V = I R$, donde R es la resistencia eléctrica entre los puntos con potenciales V_+ y V_-

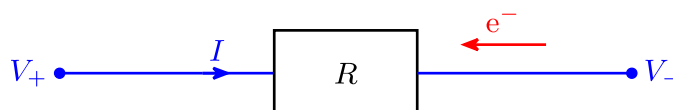


Figura 4.15: Ley de Ohm

Observa en la Figura 4.15 que los electrones (cargas negativas) de un conductor circulan en sentido contrario al establecido para la corriente eléctrica (cargas positivas).

Ley de Lenz

Esta ley ofrece un método para determinar el sentido de circulación de la corriente inducida. Dice que el campo magnético que crea la corriente inducida se opone al cambio en el flujo.

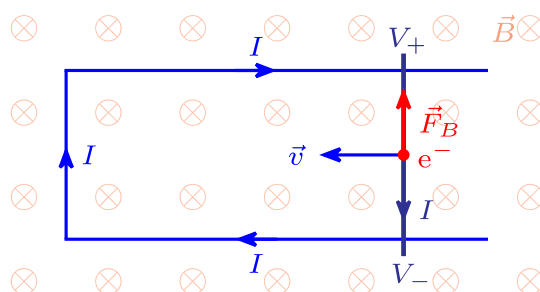


Figura 4.16: Experimento de Henry

Vamos a ilustrar la ley a través del experimento de Henry, que se ilustra en la Figura 4.16. Si la varilla móvil del circuito se mueve hacia la izquierda (como en la figura), el sentido de la fuerza $\vec{F}_B$ sobre los electrones libres del conductor, de acuerdo con la ley de Lorentz, será el indicado en la figura (anti-horario, $\odot$) y, por tanto, la corriente eléctrica circulará en el sentido contrario, también indicado (sentido horario, $\ominus$).

Siguiendo ahora la ley de Lenz, si la varilla en efecto se mueve hacia la izquierda, el área A de la superficie delimitada por el circuito (atravesada por las líneas de campo) disminuye ($A \downarrow$) y, en consecuencia, el flujo magnético también lo hará ($\Phi_B = B A$, puesto que $\varphi = 0$). Ahora bien, si la corriente I circula como en la figura (sentido horario, $\ominus$), según la regla de la mano derecha, el campo magnético que crea esta corriente tendrá el mismo sentido que el campo $\vec{B}$ ($\otimes$) y se sumará a él, de manera que el flujo magnético aumentará ($\Phi_B \uparrow$, oponiéndose así a la disminución provocada por el movimiento de la varilla).

Observa los casos siguientes:

- Si la varilla se mueve hacia la derecha, A aumenta ($A \uparrow$) y también el flujo ($\Phi_B = B A \uparrow$). La corriente I circulará creando un campo magnético ($\odot$) que se oponga a $\vec{B}$ y que haga, así, disminuir el flujo ($\Phi_B \downarrow$); la corriente I circulará, entonces, en sentido antihorario ($\odot$).
- Si la intensidad del campo $\vec{B}$ disminuye ($B \downarrow$), también disminuye el flujo ($\Phi_B = B A \downarrow$). La corriente I circulará creando un campo magnético ($\otimes$) que se suma a $\vec{B}$ y que haga, así, aumentar el flujo ($\Phi_B \uparrow$); la corriente I circulará, entonces, en sentido horario ($\ominus$).

Generación de corriente alterna

Como hemos visto el flujo magnético Φ_B puede cambiar si se modifica el campo magnético $\vec{B}$ y si se modifica el área A de la superficie encerrada por el circuito, pero también si se modifica el ángulo φ que forman $\vec{B}$ y la normal a la superficie. Es de este último modo como se genera corriente eléctrica en las centrales, una corriente alterna (periódica, no continua) como vemos a continuación.

En la Figura 4.17 se representa una espira de área A que gira sobre el eje z con velocidad angular ω , de manera que el ángulo φ que forman el campo $\vec{B}$ (cte) y la normal a la superficie, suponiendo que inicialmente son paralelos ($\varphi_0 = 0$), es $\varphi(t) = \omega t$. El flujo Φ_B que atraviesa la superficie de la espira, por tanto, será la función del tiempo que sigue:

$$\Phi_B(t) = B A \cos \omega t$$

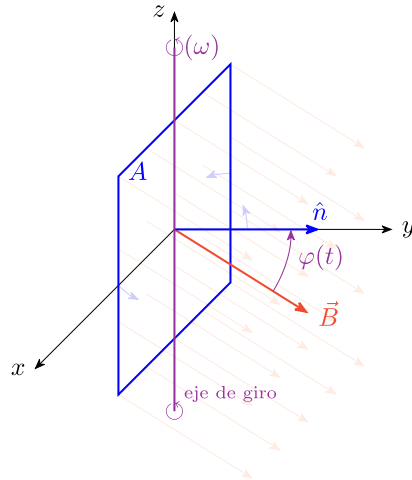


Figura 4.17: Alternador

Aplicando la ley de Faraday Henry, la diferencia de potencial inducida (cuya gráfica se representa en la Figura 4.18) es:

$$\Delta V = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \Delta V(t) = \frac{d}{dt} (B A \cos \omega t) \Rightarrow \Delta V(t) = B A \omega \sin \omega t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta V(t) = V_{\max} \sin \omega t, \text{ donde } V_{\max} = B A \omega$$

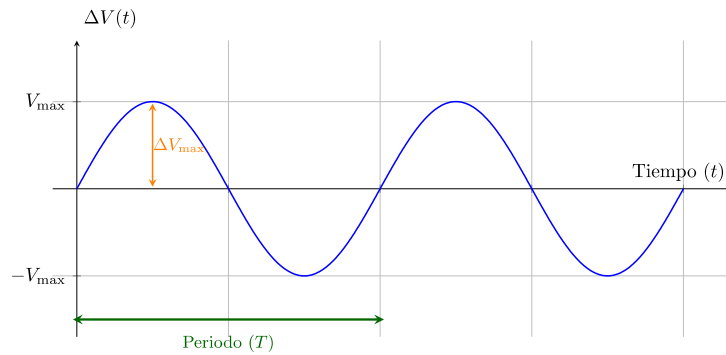


Figura 4.18: Gráfica de un potencial alterno

Si el alternador estuviera formado por N espiras, se habría obtenido $V_{\max} = N B A \omega$.

Obsérvese la diferencia entre un motor eléctrico (Figura 4.10) y un alternador. A través de un campo magnético, en el primero se trata de crear movimiento a partir de corriente eléctrica; en el segundo, de crear corriente eléctrica a partir de movimiento.

Transformadores

En la Figura 4.19 se representa un transformador, un dispositivo que permite aumentar o disminuir la diferencia de potencial o tensión eléctrica máxima ($V_{\max}$) en circuitos de corriente alterna. El transformador se compone de dos devanados o arrollamientos, primario (con N_1 vueltas) y secundario (con N_2 vueltas), en un núcleo de hierro que hace que el flujo por vuelta del campo magnético (que crea la corriente alterna) sea el mismo en ambos circuitos. Como consecuencia de ello (puesto que Φ_B es direc-

tamente proporcional al número de vueltas y, por tanto, también lo es ΔV), se cumple:

$$\frac{V_{\max_1}}{N_1} = \frac{V_{\max_2}}{N_2}$$

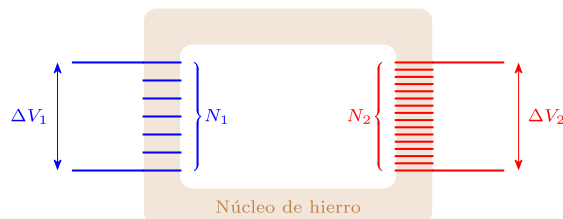


Figura 4.19: Esquema de un transformador

Es decir, dado que N y $V_{\max}$ son directamente proporcionales, la tensión eléctrica del circuito primario puede cambiarse (aumentar o disminuir) sin más que cambiar el número de vueltas de los devanados. Por conservación de la energía se prueba que la intensidad de corriente eléctrica y el número de vueltas son inversamente proporcionales:

$$I_{\max_1} N_1 = I_{\max_2} N_2$$

Notas

- Unidad de intensidad de corriente eléctrica: amperio

$$[I] = \text{A} = \frac{\text{C}}{\text{s}}$$

- Campo magnético creado por una corriente eléctrica infinita I a una distancia r de la corriente

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

- Campo magnético creado por una corriente circular I de radio R en su centro

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R}$$

- Campo magnético en el interior de un solenoide de longitud L y número de vueltas N por el que circula una corriente I

$$B = \mu_0 \frac{N I}{L}$$

- Campo magnético en el interior de un toroide de radio R y número de vueltas N por el que circula una corriente I

$$B = \mu_0 \frac{N I}{2\pi R}$$

- Campo magnético creado por una carga (de campo) Q puntual que se mueve con velocidad v a una distancia r de la carga

$$B = \mu_0 \frac{Q v |\sin \alpha|}{4\pi r^2}, \text{ donde } \alpha \text{ es el ángulo que va de } \vec{v} \text{ a } \vec{r}$$

- Fuerza magnética sobre una carga de prueba q que se mueve con velocidad v en el seno de un campo magnético de intensidad B (Ley de Lorentz)

$$F_B = |q| v B \sin \beta, \text{ donde } \beta \text{ es el ángulo que va de } \vec{v} \text{ a } \vec{B}$$

- Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea I de longitud L en el seno de un campo magnético de intensidad B (Ley de Laplace)

$$F_B = I L B \sin \beta, \text{ donde } \beta \text{ es el ángulo formado por la corriente y } \vec{B}$$

- MCU de una carga en el seno de un campo magnético ($\vec{v} \perp \vec{B}$)

$$\vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \dots$$

- MRU de una carga en el seno de un campo eléctrico y un campo magnético ($\vec{v} \perp \vec{B}$ y $\vec{F}_B \parallel \vec{F}_E$)

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow F_B = F_E \Rightarrow \dots$$

- Circulación del campo magnético a lo largo de una trayectoria cerrada atravesada por una corriente neta I

$$\Lambda_B = \mu_0 I \xrightarrow{\Lambda_C=0} \vec{B} \text{ no es un campo conservativo (no puede asociarse a un potencial escalar)}$$

$$\left(\vec{F}_B \perp \vec{v} \Rightarrow W_B = 0 \xrightarrow{W_C = -\Delta E_p} \vec{F}_B \text{ no es una fuerza conservativa} \right)$$

· Flujo del campo magnético a través de N espiras de área A (suponiendo que $\vec{B}$ tiene el mismo valor en todos los puntos de la superficie que encierra la espira)

$$\Phi_B = N B A \cos \varphi, \text{ donde } \varphi \text{ es el ángulo formado por } \vec{B} \text{ y la normal a la superficie}$$

· Diferencia de potencial (fem) inducida (Ley de Faraday-Henry)

$$\Delta V = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

· Relación entre la diferencia de potencial ΔV y la intensidad de corriente I inducidas en un circuito con resistencia eléctrica R (Ley de Ohm)

$$\Delta V = I R$$

· Generación de corriente alterna

$$\varphi(t) = \omega t \Rightarrow \dots$$

· Transformadores

$$\frac{V_{\max_1}}{N_1} = \frac{V_{\max_2}}{N_2}$$

$$I_{\max_1} N_1 = I_{\max_2} N_2$$

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tabla 4.1: Constantes físicas

Constantes	(Nombre)
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$	(Permeabilidad magnética en el vacío)
$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	(Carga elemental)
$m_{e^-} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	(Masa del electrón)
$m_{p^+} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Masa del protón)

Ley de Biot y Savart y Ley de Lorentz del magnetismo

1. Por una espira circular de 2,0 m de radio, orientada en el plano xy y cuyo centro está situado en el origen O de coordenadas, circula en sentido antihorario una corriente de intensidad igual a 4,0 A. Otra corriente circula con intensidad igual a 8,0 A sobre la recta $x = 4 \text{ m}$ (corriente vertical) con el sentido de $-y$.

- Dibuja el campo magnético que crea la corriente circular en O y calcula su intensidad.
- Dibuja el campo magnético que crea la corriente rectilínea en O y calcula su intensidad.
- Calcula la intensidad del campo magnético que ambas corrientes crean en O y dibújalo.
- ¿Qué corriente debe circular por la corriente rectilínea para que el campo magnético en O sea nulo?

2. Por un solenoide de 10 m de largo y 100 vueltas circula una corriente de 20 A.

- Calcula la intensidad del campo magnético en el interior del solenoide.
- Si se forma un toroide con el solenoide, calcula la intensidad del campo magnético en el interior del toroide.
- Si en el interior del solenoide, de nuevo recto, se introduce un núcleo de hierro cuya permeabilidad magnética relativa es 5000, calcula la nueva intensidad del campo magnético en su interior.

Nota: La permeabilidad magnética μ de un medio con permeabilidad relativa μ_r es $\mu = \mu_r \mu_0$.

3. Una partícula alfa (núcleo de ${}^4_2\text{He}$) se mueve a una velocidad $\vec{v} = (0, 2 \cdot 10^6, 0) \text{ m/s}$. Determina el campo magnético que crea en el punto $(0, 0, 4) \text{ m}$ cuando pasa por el origen de coordenadas.

4. Una partícula alfa penetra dentro de un campo magnético perpendicular a su velocidad cuya intensidad es 0,0040 T (uniforme), de manera que describe una trayectoria circular de 8,0 mm de radio.

- Calcula la velocidad inicial de la partícula y discute si la velocidad se mantiene constante.
- Calcula la velocidad angular, el periodo y la frecuencia de su movimiento.
- Calcula la fuerza a la que está sometida la partícula (representa la dirección y sentido de la fuerza con respecto a su velocidad inicial y el campo $\vec{B}$ en un diagrama).

5. Dos isótopos de litio ionizados (Li^+) penetran a la misma velocidad, igual a $4,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$, en un campo magnético de intensidad igual a 0,500 T, uniforme y perpendicular a la velocidad, de un espectrómetro de masas. Los impactos en la placa fotográfica se encuentran a 9,988 y 11,650 cm de la entrada de los isótopos en el campo magnético.

Realiza un diagrama de la situación y calcula la masa de los dos isótopos.

6. En la cámara de ionización de un espectrómetro de masas se obtienen protones (p^+). En primer lugar los protones se aceleran en línea recta mediante la aplicación de una diferencia de potencial de 1500 V. Posteriormente penetran en un campo magnético uniforme de 0,100 T perpendicular a la velocidad de los iones. Calcula:

- La velocidad de los protones al entrar en el campo magnético.
- Ya en el interior del campo magnético, realiza un diagrama de la situación y calcula el radio de la trayectoria semicircular que describen los protones antes de impactar con la pantalla del espectrómetro.

7. La mayoría de los actuales aceleradores de partículas de alta energía descienden del primer ciclotrón de protones construido por Ernest Lawrence y Stanley Livingston en Berkeley (California). Como se ilustra en la Figura 4.20, un ciclotrón consta de dos zonas con forma de D en las que las cargas describen media circunferencia por medio de un campo magnético para pasar a la zona intermedia; aquí son aceleradas mediante un campo eléctrico que cambia su sentido a cada paso o, lo que es lo mismo, una diferencia de potencial que invierte su polaridad.

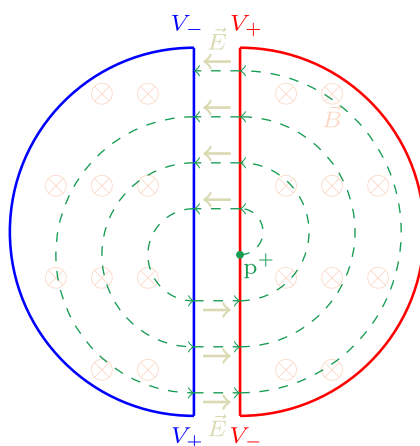


Figura 4.20: Ciclotrón

Lawrence llegó a utilizar en su ciclotrón un imán oxidado de 80 T que encontró en un depósito de chatarra en Palo Alto. Supongamos que estamos utilizando este ciclotrón para acelerar protones:

- Demuestra que el periodo del movimiento circular (dentro del campo magnético del ciclotrón) no depende del radio de la trayectoria ni de la velocidad del protón, de manera que el protón tarda lo mismo en recorrer cada una de las trayectorias semicirculares.
- Determina cuánto tarda el protón en describir media circunferencia. ¿Cuánto debe tardar, entonces, el campo eléctrico en invertir su sentido?
- Si se utiliza un potencial alterno (sinusoidal), determina la frecuencia del potencial.

8. Dos corrientes rectilíneas paralelas con la misma intensidad $I = 8,0$ A circulan en el mismo sentido. Suponiendo que se encuentran a 4,0 m de distancia y que son infinitas:

- Dibuja el campo magnético que cada corriente crea en los puntos de la recta equidistante a las dos y demuestra que el campo magnético es nulo en esos puntos.
- Calcula la fuerza por unidad de longitud que ejercen una sobre otra, discutiendo si la fuerza es de atracción o repulsión. ¿Se cumple para ellas la 3.ª ley de Newton?

9. Discute si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

- a) “No puede asociarse al campo magnético un potencial escalar; la fuerza magnética, por tanto, no es conservativa.”
- b) “Las unidades N A^{-2} son equivalentes a T m A^{-1} (unidades de permeabilidad magnética).”
- c) “Las unidades T m C kg^{-1} son unidades de velocidad.”
- d) “Las unidades $\text{T m}^2 \text{s}^{-1}$ son unidades de potencial eléctrico, esto es, V.”
- e) “Si un protón y un electrón penetran con la misma velocidad en un campo magnético uniforme perpendicular a su movimiento se ven sometidos a fuerzas opuestas (mismo módulo y dirección, pero sentido contrario), de manera que describen un movimiento circular con sentido contrario de giro y el mismo radio.”

Inducción electromagnética

10. Una espira rectangular, con dimensiones $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ y con resistencia eléctrica $R = 0,50 \, \Omega$, se encuentra orientada en el plano xy en el seno de un campo magnético de 50 T perpendicular a la espira y con sentido entrante ($-z$). Determina el flujo magnético a través de la superficie de la espira (en función del tiempo), la fuerza electromotriz inducida y la intensidad de corriente inducida (también su sentido) en los casos siguientes:

- a) El campo magnético varía con el tiempo de acuerdo con esta función (en unidades SI):

$$B(t) = 50 - 2t$$

- b) Una de las varillas menores de la espira es móvil y se desplaza en el sentido que hace aumentar el área de la espira con velocidad $v = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ cm/min}$.
- c) La varilla gira sobre el eje y a $2,0 \text{ rpm}$ (revoluciones por minuto).

11. Un alternador está formado por una bobina plana que gira con una frecuencia de 50 Hz en un campo magnético uniforme de $0,30 \text{ T}$. Si la bobina consta de 30 espiras de 40 cm^2 , calcula:

- a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo.
- b) La fuerza electromotriz (fem) inducida máxima.
- c) Si se utiliza un transformador elevador cuyo circuito primario consta de 100 vueltas y el secundario de 400 , determina la tensión de salida.
- d) Para este transformador, determina la relación entre las intensidades de entrada y salida.

Repaso

12. Por un conductor rectilíneo muy largo, situado sobre el eje y , circula una corriente I , que crea un campo magnético $\vec{B} = (0, 0, -5 \cdot 10^{-5}) \text{ T}$ en el punto $P(12, 0, 0) \text{ cm}$.

- a) Calcula la intensidad I de corriente eléctrica, indicando el sentido de circulación.
- b) Otro conductor rectilíneo indefinidamente largo se sitúa paralela al eje y en $x = 1,0 \text{ m}$. Calcula la intensidad de corriente eléctrica que debe circular por él y determina el sentido de circulación si se trata de que el campo magnético se anule en P .
- c) Calcula la fuerza por unidad de longitud entre ambas corrientes y discute si se trata de una fuerza de atracción o repulsión.

13. Según el Modelo estándar de la física de partículas, los muones (μ^-) son partículas elementales, al igual que los electrones (e^-). Los muones se crean en las capas altas de la atmósfera debido a rayos cósmicos y en los aceleradores de partículas. Por lo demás, los muones tienen la misma carga eléctrica

que los electrones ($-e$), pero mayor masa.

En un espectrómetro de masas se aceleraron, en primer lugar, muones mediante una diferencia de potencial $\Delta V = 2,000 \text{ kV}$. Los muones penetran, después, en un campo magnético (uniforme y perpendicular al movimiento) con intensidad $B = 3,000 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. La marca de los muones en la pantalla del dispositivo indica que el radio de la trayectoria seguida en el campo magnético es $R = 723 \text{ mm}$.

a) A partir de principios fundamentales deduce una fórmula que permita calcular la masa de los muones (m_μ) a través de los datos (ΔV , B y R) y constantes físicas (e).

b) Comprueba la homogeneidad de la fórmula (si es dimensionalmente correcta).

c) Calcula la masa de los muones.

14. En la Figura 4.21 se representa una espira, con resistencia eléctrica $R = 0,50 \Omega$, dotada de una varilla móvil de longitud h en el seno de un campo magnético con intensidad B .

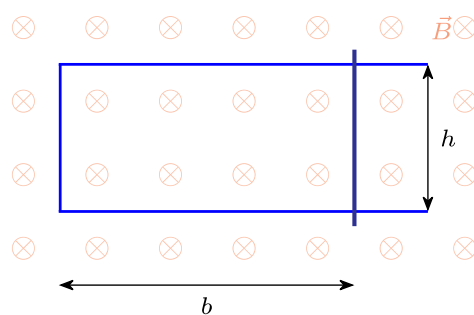


Figura 4.21

a) Si $B = 0,50 \text{ T}$, $h = 1,5 \text{ m}$ y la varilla móvil se mueve hacia la derecha (aumentando el área de la espira) con velocidad $v = 4,0 \text{ m/s}$, determina la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla móvil (indicando el punto con potencial mayor y el punto con potencial menor), la intensidad del corriente eléctrica que circula por la espira y su sentido.

b) Si $h = 5,0 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$ (la varilla móvil se mantiene fija) y la intensidad B del campo magnético varía como se indica a continuación, calcula la intensidad de corriente eléctrica al cabo de 10 s y su sentido.

$$B(t) = 50 + 2t - t^2 \text{ (SI)}$$

c) Si $B = 0,50 \text{ T}$, $h = 1,5 \text{ m}$, $b = 6,0 \text{ m}$ y la espira gira a 10 rpm , calcula la fem y la intensidad de corriente inducidas máximas. Representa $I(t)$.

d) Si, en este último caso, se utiliza un transformador reductor cuyo circuito primario consta de 400 vueltas y el secundario de 100 , calcula tensión y la corriente máximas de salida.

Tema 5. Ondas

Fundamentos

Concepto y clasificación

Una onda es una perturbación física que transmite energía, pero no materia. Es decir, a diferencia de una partícula en movimiento, que propaga materia y energía, en una onda se propaga energía sin que se propague la materia.

Clasificación:

Naturaleza	{	Mecánicas: se propagan en medios materiales (oscilan partículas)
		Electromagnéticas: pueden propagarse en el vacío (oscilan campos)
Dimensiones/frente de onda	{	Unidimensionales/punto (cuerda)
		Circulares/circunferencia y planas/recta (olas)
		Esféricas/esfera y planas/plano (sonido, luz)
Dirección de vibración	{	Transversales: perpendicular a la dirección de propagación (cuerda, luz)
		Longitudinales: paralela a la dirección de propagación (muelle, sonido)

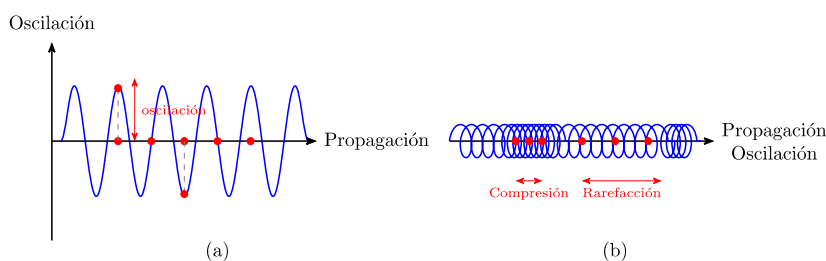


Figura 5.1: (a) Onda transversal y (b) onda longitudinal

Velocidad de propagación de la onda

Es la velocidad del frente de onda. Esta velocidad depende de las propiedades del medio y para determinadas ondas (como la luz), débilmente de la frecuencia. Por tanto, en medios homogéneos e isotropos, el frente de una onda con la frecuencia bien definida sigue un MRU. Si el origen de coordenadas se sitúa en el foco de perturbación, la ecuación de movimiento del frente de onda es:

$$x(t) = vt, \text{ donde } v = \sqrt{\frac{\text{Propiedad elástica del medio}}{\text{Propiedad inercial del medio}}} \quad (\text{por lo general})$$

Una onda es periódica si cada punto del medio repite su estado de perturbación cada cierto tiempo T , llamado periodo (Figura 5.3). Se llama longitud de onda λ a la distancia que recorre un estado de perturbación dado o frente de onda (un máximo, por ejemplo) en un periodo, de manera que la longitud de onda es la distancia entre dos puntos consecutivos con el mismo estado de perturbación, esto es, el periodo espacial (Figura 5.2):

$$\lambda = vT$$

Movimiento armónico simple

En las llamadas ondas armónicas cada partícula del medio siguen un MAS, cuya ecuación es:

$$x(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \text{ donde } \begin{cases} A_0 = x_{\max} \text{ (amplitud)} \\ \omega_0 \text{ (frecuencia angular)} \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{ (periodo) y } f = \frac{1}{T} \text{ (frecuencia)} \\ \varphi_0 \text{ (fase inicial o desfase)} \longrightarrow x(0) \text{ y } v(0) \end{cases}$$

Las ecuaciones de velocidad y aceleración son:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v(t) = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \Rightarrow v_{\max} = A_0 \omega_0$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a(t) = -A_0 \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \Rightarrow a_{\max} = A_0 \omega_0^2$$

Una partícula que sigue un MAS está sometida a una fuerza que sigue la Ley de Hooke:

$$\left. \begin{aligned} F &= m a \\ a(t) &= -\omega_0^2 A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = -k x, \text{ donde } k = m \omega_0^2$$

Esta es una fuerza conservativa (que tiene, por tanto, asociada una energía potencial); de manera que la energía de una partícula sometida a ella se conserva:

$$E_m = E_c + E_p, \text{ donde } \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \\ E_p = \frac{1}{2} k x^2 \end{cases} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} k A_0^2 \text{ (cte)}$$

OBS. $[E] = \text{J} = \text{N m}$ (julio o joule)

Ondas armónicas

Si la perturbación, que describiremos con la variable y , ha de propagarse siguiendo un MRU y lo hace por medio de partículas (o campos) que vibran siguiendo un MAS, la variable y va a depender del tiempo (t) y de dónde se encuentren las partículas con respecto a la dirección de propagación (x) del modo siguiente:

$$y(x, t) = A_0 \sin(k_0 x \mp \omega_0 t + \varphi_0), \begin{cases} \text{signo } \begin{cases} - & \text{si se propaga en el sentido de } x \\ + & \text{si se propaga en el sentido de } -x \end{cases} \\ A_0 = x_{\max} \text{ (amplitud)} \\ \omega_0 \text{ (frecuencia angular)} \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{ (periodo) y } f = \frac{1}{T} \text{ (frecuencia)} \\ k_0 \text{ (número de onda)} \longrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k_0} \text{ (longitud de onda)} \\ \varphi_0 \text{ (fase inicial o desfase)} \longrightarrow y(0, 0) \text{ y } v_y(0, 0) \end{cases}$$

Hay que distinguir la velocidad v de propagación de la onda, esto es, la velocidad del frente de onda (cte), y la velocidad de vibración v_y de las partículas del medio, correspondiente a un MAS (no cte):

$$v = \frac{\lambda}{T} \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} v = \lambda f$$

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y}{\partial t} \Rightarrow v_y(x, t) = -A_0 \omega_0 \cos(k_0 x \mp \omega_0 t + \varphi_0) \Rightarrow v_{y_{\max}} = A_0 \omega_0$$

En efecto las partículas del medio sufren aceleración:

$$a_y(x, t) = \frac{\partial v_y}{\partial t} \Rightarrow a_y(x, t) = -A_0 \omega_0^2 \operatorname{sen}(k_0 x \mp \omega_0 t + \varphi_0) \Rightarrow a_{y_{\max}} = A_0 \omega_0^2$$

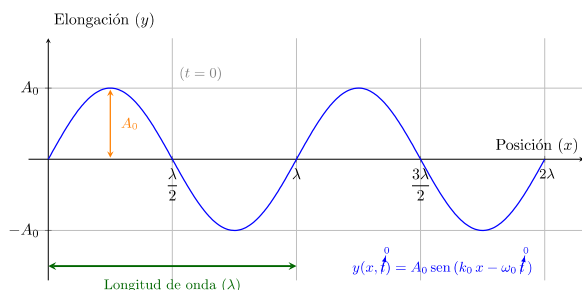


Figura 5.2: Onda armónica transversal pausada en un determinado instante ($t = 0$)

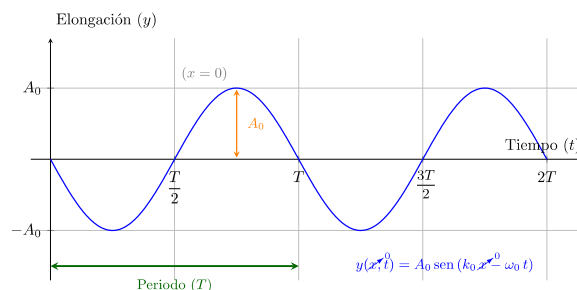


Figura 5.3: Gráfica del movimiento (MAS) de una determinada partícula (situada en $x = 0$)

Intensidad

La energía que transporta la onda es la energía que tiene cada partícula y que van transfiriéndose, unas a otras (las siguientes) desde la primera del foco de perturbación. En el caso de ondas armónicas esta energía ha de ser la correspondiente a un MAS, $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$. Por lo general la energía va disipándose según la onda se propaga, de forma que la amplitud va amortiguándose (disminuyendo) con la distancia.

Para ondas tridimensionales se define la intensidad de la onda como la potencia que transmite (energía por unidad de tiempo) por unidad de superficie.

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2} \text{ para ondas esféricas } (A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2)$$

OBS. $[P] = W = \frac{J}{s} \text{ (vatio o watt)} \Rightarrow [I] = \frac{W}{m^2}$

De acuerdo con esto, si no hay disipación de energía, se cumplen las siguientes relaciones de proporcionalidad directa e inversa. La última se conoce como amortiguación de la amplitud con la distancia r al foco de perturbación y se debe a que la energía del foco se reparte cada vez entre más partículas:

$$\frac{I}{A^2} = \text{cte} \quad \left| \quad I r^2 = \text{cte} \quad \right| \quad A r = \text{cte}$$

El volumen de un sonido tiene que ver con su intensidad y, por tanto, con la amplitud. Se define el nivel de intensidad sonora β de acuerdo con la forma en que los oídos perciben esta intensidad:

$$\beta = 10 \text{ dB} \log \frac{I}{I_0}, \text{ donde } I_0 \text{ es la intensidad umbral mínima}$$

OBS. $\beta = 10 \text{ dB} \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta}{10 \text{ dB}} = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 10^{\frac{\beta}{10 \text{ dB}}} = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{\frac{\beta}{10 \text{ dB}}}$

Fenómenos ondulatorios

Principio de Huygens

Las propiedades que caracterizan las ondas y las distinguen en buena parte de las partículas pueden

explicarse a partir de este principio, que se ilustra en el caso de ondas planas en la Figura 5.4.

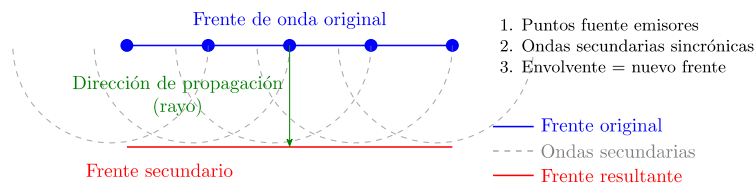


Figura 5.4: Principio de Huygens

Difracción

Se llama difracción al cambio en la forma del frente de onda y, por tanto, de la dirección de propagación (el rayo, perpendicular al frente según el Principio de Huygens, como se observa en la Figura 5.4) que tiene lugar cuando la onda se topa con un obstáculo, como una rendija. Los efectos de la difracción son notables cuando el tamaño del obstáculo es del orden de la longitud de onda como se observa en la Figura 5.5, en la que las ondas planas incidentes pasan a ser circulares.

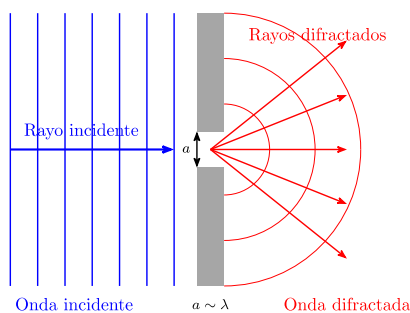


Figura 5.5: Difracción

Interferencia

Se llama interferencia al encuentro entre varias ondas en un punto del espacio. De acuerdo con el Principio de superposición, la perturbación resultante es la suma de las perturbaciones.

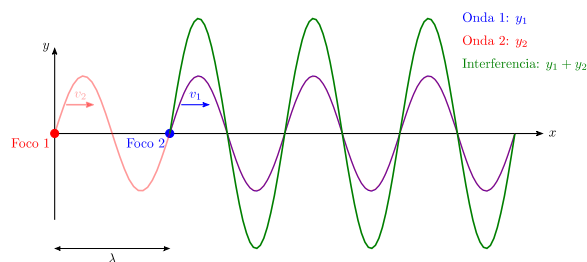


Figura 5.6: Interferencia constructiva

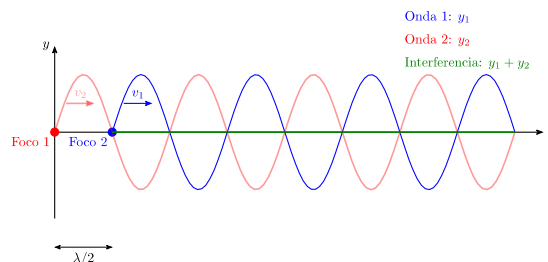


Figura 5.7: Interferencia destructiva

Se habla de interferencia constructiva cuando la amplitud de la onda resultante es mayor que la amplitud de las ondas que interfieren; interferencia destructiva, en caso contrario. En el caso de ondas sincrónicas (ondas que vibran en fase, alcanzando a la vez los máximos y mínimos) con la misma amplitud A y que se propagan en el mismo sentido, pueden observarse los casos extremos de estas interferencias, ilustrados en la Figura 5.6 y en la Figura 5.7. En el primer caso, si la distancia entre los focos es igual a la longitud de onda λ , la amplitud de la onda resultante de la interferencia es $2A$; en el segundo, en que la distancia es $\lambda/2$, la amplitud es 0 (las dos ondas se aniquilan).

Ondas estacionarias

Si las ondas sincrónicas se propagan en sentido contrario, la interferencia que se produce en los puntos intermedios sigue la ecuación siguiente, correspondiente a una onda no viajera o estacionaria (obsérvese cómo se han separado la parte espacial y la temporal de la fase).

$$y(t, x) = 2A_0 \sin k_0 x \cos \omega_0 t \Rightarrow y(t, x) = A_x \cos \omega_0 t, \text{ donde } A_x = 2A_0 \sin k_0 x$$

Es decir, aquí todos los puntos vibran en fase (alcanzando al mismo tiempo los máximos y mínimos de elongación), pero su amplitud A_x depende de la posición x de estos puntos. Para algunos su amplitud es máxima (vientres) y para otros es nula (nodos). Como se observa en la Figura 5.8, la distancia entre nodos y entre vientres es $\lambda/2$.

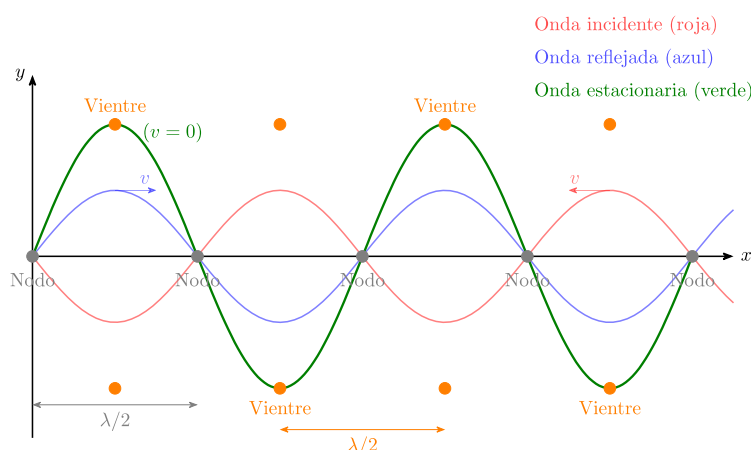


Figura 5.8: Onda estacionaria

Una forma de crear una onda estacionaria en una cuerda es fijar uno de los puntos de la cuerda (que pasaría a ser un nodo); la interferencia entre la onda que llega a este punto (incidente) y la que rebota o se refleja es, en efecto, una onda estacionaria. Si además se fija el otro extremo de la cuerda (otro nodo), como en la Figura 5.9, en la cuerda ya sólo van a producirse ondas estacionarias con determinadas longitudes de onda λ_n y, por tanto, determinadas frecuencias f_n .

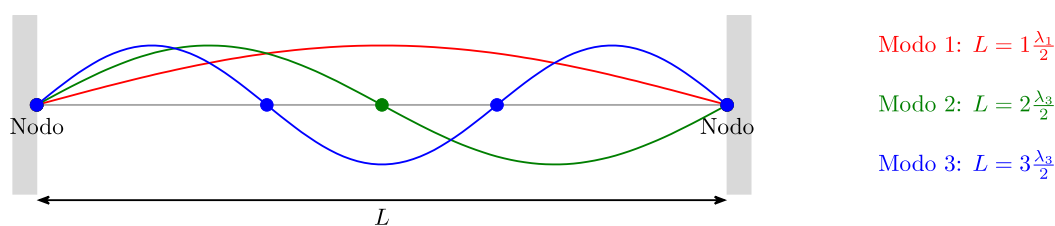


Figura 5.9: Modos de vibración

Como se observa en la Figura 5.9, las longitudes de onda permitidas deben cumplir ($n \in \mathbb{Z}^+$):

$$L = n \cdot \text{distancia nodo-nodo} \Rightarrow L = n \frac{\lambda_n}{2}$$

Las frecuencias permitidas, por tanto, son:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_n &= \frac{2L}{n} \\ v &= \lambda_n f_n \Rightarrow \lambda_n = \frac{v}{f_n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2L}{n} = \frac{v}{f_n} \Rightarrow f_n = n \frac{v}{2L}$$

A la frecuencia correspondiente a $n = 1$ (modo fundamental de vibración), f_1 , se le llama frecuencia fundamental; al resto de frecuencias, f_2 , f_3 , etc., se les llama armónicos. En suma:

$$f_n = n f_1, \text{ donde } f_1 = \frac{v}{2L}$$

Efecto Doppler

Cuando el foco de perturbación (emisor) se mueve con respecto al medio de propagación, la longitud de onda λ' percibida por el observador y, por tanto, también la frecuencia percibida f' de la onda cambian con respecto a las emitidas (λ y f) como se ilustra en la Figura 5.10. El efecto de un movimiento del observador es cualitativamente similar.

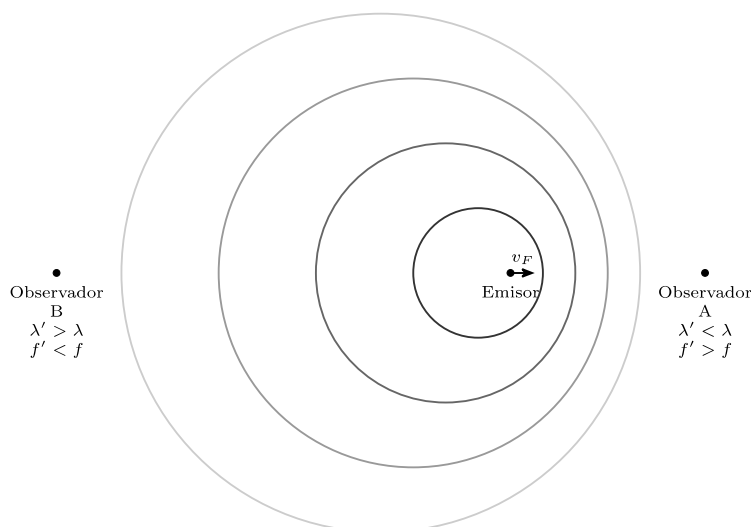


Figura 5.10: Efecto Doppler para un emisor en movimiento

Si se toma positivo el sentido de la velocidad de propagación de la onda ($v > 0$), la relación entre la frecuencia percibida f' y la frecuencia emitida (real) f es la siguiente:

$$f' = \frac{v - v_O}{v - v_F} f, \text{ donde } \begin{cases} v_F \text{ es la velocidad del emisor (el foco de perturbación)} \\ v_O \text{ es la velocidad del observador} \end{cases}$$

Cualitativamente, en suma, como cabe entender a partir de la Figura 5.10:

$$\left. \begin{aligned} \lambda' < \lambda &\Rightarrow f' > f \text{ si el emisor y el observador se acercan} \\ \lambda' > \lambda &\Rightarrow f' < f \text{ si el emisor y el observador se alejan} \end{aligned} \right\}$$

Reflexión y refracción

Cuando una onda pasa de un medio a otro (del medio 1 al medio 2), parte de la onda sufre reflexión (rebota) y parte sufre refracción (se transmite al otro medio). Según el Teorema de Malus la frecuencia de la onda no cambia al transmitirse al otro medio ($f_2 = f_1$), sí cambia la longitud de onda ($\lambda_2 \neq \lambda_1$) puesto que la velocidad de propagación depende del medio ($v_2 \neq v_1$):

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 f_1 = v_1 &\xrightarrow{f_1=f} f = \frac{v_1}{\lambda_1} \\ \lambda_2 f_2 = v_2 &\xrightarrow{f_2=f} f = \frac{v_2}{\lambda_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \text{ (directamente proporcionales)}$$

Para la luz se define así el índice de refracción n de un medio con velocidad de propagación v :

$$n = \frac{c}{v}$$

Los fenómenos de reflexión y refracción pueden entenderse, especialmente bien para la luz, mediante el modelo de rayos a través de las Leyes de Snell, representadas en la Figura 5.11:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{r} = -\hat{i}_1 \quad (\text{Ley de reflexión}) \\ n_2 \sin \hat{i}_2 = n_1 \sin \hat{i}_1 \quad (\text{Ley de refracción}) \end{array} \right\}$$

OBS. $\hat{i}_1 = 0 \Rightarrow n_2 \sin \hat{i}_2 = n_1 \sin 0 \Rightarrow n_2 \sin \hat{i}_2 = n_1 \cdot 0 \Rightarrow \sin \hat{i}_2 = 0 \Rightarrow \hat{i}_2 = 0$

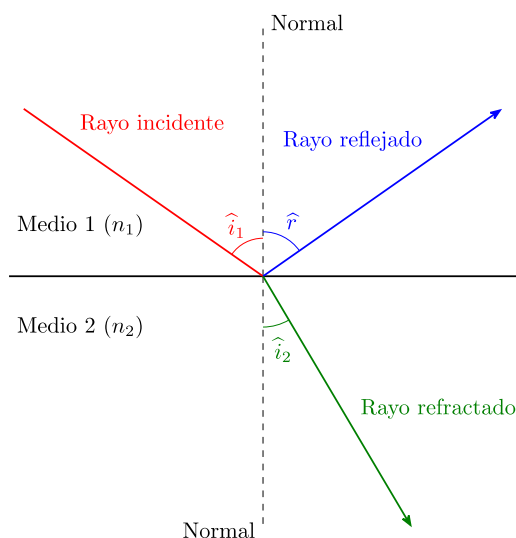


Figura 5.11: Reflexión y refracción

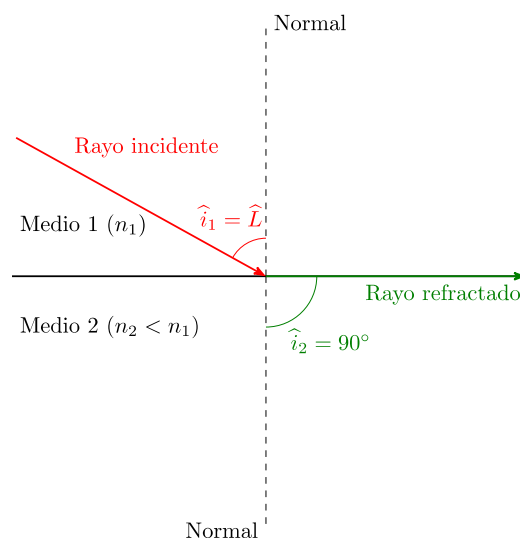


Figura 5.12: Ángulo límite y reflexión total

En la Figura 5.12 se ilustra el concepto de ángulo límite; esto es, el ángulo de incidencia $\hat{L}$ a partir del cual la onda no se transmite al otro medio (no hay refracción). Al fenómeno se le llama reflexión total. El ángulo límite $\hat{L}$ puede definirse, entonces, como sigue:

$$\hat{i}_1 = \hat{L} \Rightarrow \hat{i}_2 = 90^\circ$$

Utilizando la ley de refracción de Snell:

$$\text{Ángulo límite } (\hat{i}_1 = \hat{L} \Rightarrow \hat{i}_2 = 90^\circ): n_2 \sin 90^\circ = n_1 \sin \hat{L} \Rightarrow n_2 = n_1 \sin \hat{L} \Rightarrow \sin \hat{L} = \frac{n_2}{n_1}$$

Óptica geométrica

Sistema óptico. Focos

Un sistema óptico está formado por una o varias superficies de separación de medios homogéneos e isótropos. El modelo de rayos, como hemos visto, es una buena aproximación para estudiar el comportamiento de la luz al incidir en ellos, cómo se forman imágenes de objetos cuando la luz los atraviesa (se refracta) o rebota (se refleja) en ellos.

Siguiendo el criterio DIN de signos, el centro óptico se sitúa en el punto 0 del eje óptico (x) y los objetos se sitúan en posiciones negativas, como se observa en la Figura 5.13. A la posición del objeto se le llama distancia objeto (s); a la posición en que se forma la imagen, distancia imagen (s'). La altura del objeto (y) siempre es positiva (hacia arriba), como también puede observarse en la Figura 5.13.

Los sistemas ópticos tienen dos puntos característicos:

- Como se observa en la Figura 5.13, el foco imagen es el punto imagen donde van a parar los rayos que llegan paralelos al eje óptico (como si procedieran de un punto objeto situado en el eje óptico a una distancia infinita). De manera que puede definirse así:

$$s = -\infty \Rightarrow s' = f' \text{ (distancia focal imagen)}$$

- Como también se observa en la Figura 5.13, el foco objeto es el punto objeto tal que los rayos que pasan por el salen paralelos al eje óptico (buscando la imagen en un punto situado en el infinito):

$$s = f \text{ (distancia focal objeto)} \Rightarrow s' = \infty$$

Dioptrios

Un dioptrio es una superficie de separación entre dos medios homogéneos e isótropos. (En la Figura 5.11 se representa un dioptrio plano.)

La ecuación fundamental del dioptrio esférico, que se obtiene a partir de la ley de refracción en la aproximación paraxial (ángulos pequeños), permite obtener la posición s' de la imagen en estos:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

De esta ecuación también pueden obtenerse las distancias focales objeto e imagen. Por ejemplo:

$$\text{Foco imagen } (s = -\infty \Rightarrow s' = f'): \frac{n'}{f'} - \frac{1}{-\infty} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow \frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow f' = \frac{n'}{n' - n} r$$

El aumento lateral es el factor de aumento de la imagen; esto es, $A_L = \frac{y'}{y}$. Cumple:

$$\frac{y'}{y} = \frac{n s'}{n' s}$$

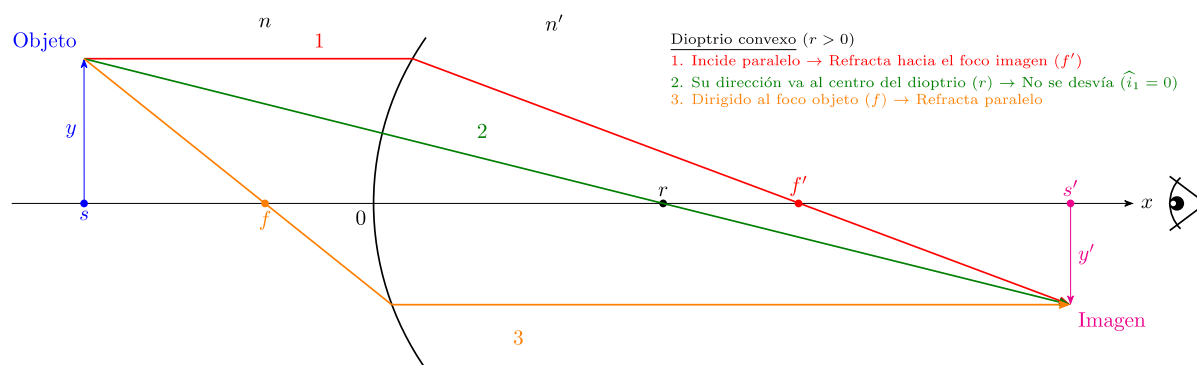


Figura 5.13: Dioptrio convexo. En los sistemas estigmáticos (cada punto objeto tiene un solo punto imagen) son suficientes dos rayos para determinar la imagen (por ejemplo, el 1 y el 2).

En la Figura 5.13 se representa el diagrama de rayos de un dioptrio convexo y se indica cómo se trazan las trayectorias de los rayos. Las imágenes pueden ser:

- Reales si se forman por convergencia de rayos (del lado del ojo), o virtuales si convergen las proyecciones de los rayos (al otro lado del ojo)
- Derechas si $y' > 0$ ($\uparrow$), o invertidas ($\downarrow$)
- Mayores o menores que el objeto

En el caso de la Figura 5.13, la imagen es real, invertida y menor que el objeto. En el caso de la Figura 5.14, correspondiente a un dioptrio cóncavo, la imagen resulta ser virtual, derecha y menor que el objeto.

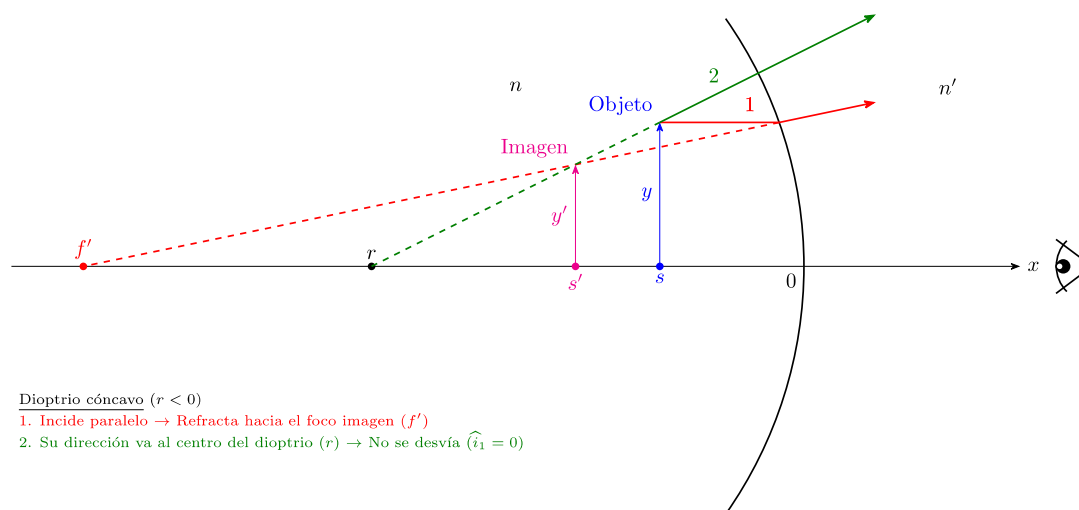


Figura 5.14: Dioptrio cóncavo. Obsérvese cómo divergen los rayos refractados y son sus proyecciones las que convergen. La imagen es, pues, virtual (se encuentra al otro lado del ojo).

De las ecuaciones del dioptrio esférico, haciendo $r = \infty$, pueden obtenerse las ecuaciones del dioptrio plano:

$$\text{Dioptrio plano } (r = \infty): \left. \begin{aligned} \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} &= \frac{n' - n}{\infty} \Rightarrow \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = 0 \Rightarrow \frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} \Rightarrow s' = \frac{n'}{n} s \\ \frac{y'}{y} &= \frac{n s'}{n' s} \quad n s' = n' s \Rightarrow \frac{y'}{y} = 1 \end{aligned} \right\}$$

Espejos

Los espejos son sistemas reflectantes (la luz sufre reflexión; el ojo, obsérvese, se sitúa a la izquierda por tanto). Las ecuaciones del espejo esférico pueden obtenerse a partir de las del dioptrio haciendo $n' = -n$ (lo que convierte la ley de refracción de Snell en la ley de reflexión). Las ecuaciones resultantes son:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} &= \frac{2}{r} \\ \frac{y'}{y} &= -\frac{s'}{s} \end{aligned} \right\}$$

De nuevo, de aquí pueden obtenerse las distancias focales y comprobar que los espejos sólo tienen un foco ($f' = f$):

$$\text{Foco imagen } (s = -\infty \Rightarrow s' = f'): \frac{1}{f'} + \frac{1}{-\infty} = \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{2}{r} \Rightarrow f' = \frac{r}{2}$$

$$\text{Foco objeto } (s = f \Rightarrow s' = \infty): \frac{1}{\infty} + \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \Rightarrow f = \frac{r}{2}$$

En la Figura 5.15 se muestra la formación de una imagen virtual (al otro lado del ojo), derecha y menor que el objeto en un espejo convexo. En la Figura 5.16, la formación de una imagen real (del lado del ojo), invertida y menor que el objeto en un espejo cóncavo.

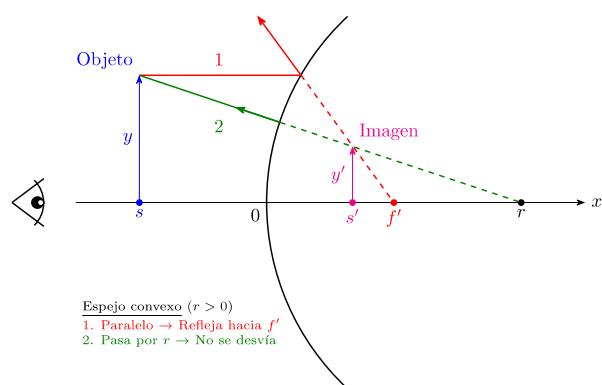


Figura 5.15: Espejo convexo

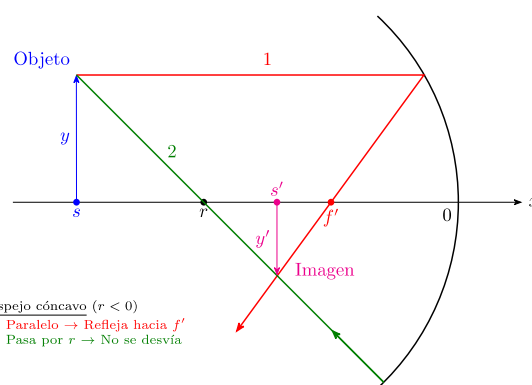


Figura 5.16: Espejo cóncavo

De nuevo, haciendo $r = \infty$, se obtienen las ecuaciones del espejo plano. Como también se observa en la Figura 5.17, la imagen, efectivamente, es virtual, derecha y del mismo tamaño que el objeto.

$$\text{Espejo plano } (r = \infty): \left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} &= \frac{2}{\infty} \Rightarrow \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = 0 \Rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{1}{s} \Rightarrow s' = -s \\ \frac{y'}{y} &= -\frac{s'}{s} \quad s' \equiv -s \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{-(-s)}{s} \Rightarrow \frac{y'}{y} = 1 \end{aligned} \right\}$$

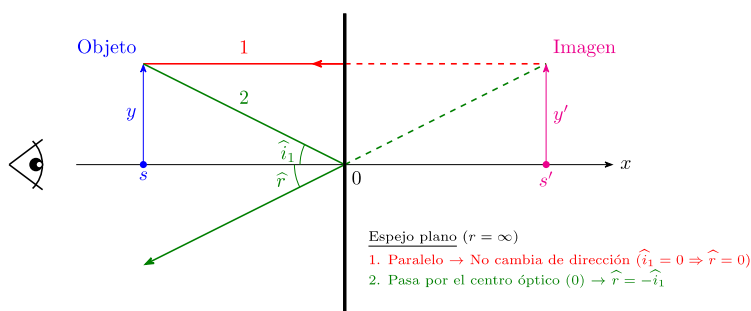


Figura 5.17: Espejo plano

Lentes delgadas

Una lente está formada por dos dioptrios, el primero separa el aire ($n = 1$) de otro medio con cierto índice de refracción n ; el segundo separa este medio, de nuevo, del aire. En las lentes delgadas los centros ópticos de los dos dioptrios se encuentran tan próximos que se consideran el mismo punto (0). Si los dioptrios son esféricos con radios r_1 y r_2 (uno de ellos también puede ser plano), la ecuación fundamental de las lentes delgadas y la ecuación del aumento lateral resultan ser las siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} &= (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ \frac{y'}{y} &= \frac{s'}{s} \end{aligned} \right\}$$

La distancias focales, entonces, cumplen:

$$\text{Foco imagen } (s = -\infty \Rightarrow s' = f'): \quad \frac{1}{f'} - \frac{1}{-\infty} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\text{Foco objeto } (s = f \Rightarrow s' = \infty): \quad \frac{1}{\infty} - \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = -(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Obsérvese que las distancias focales son opuestas, es decir, que los focos ocupan posiciones opuestas. También, que la ecuación fundamental puede escribirse alternativamente como sigue (Ecuación del fabricante de lentes):

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Pueden distinguirse dos tipos de lentes formadas por dioptrios esféricos:

- Lentes convergentes (Figura 5.18), con distancia focal imagen (o simplemente distancia focal) positiva: $f' > 0$
- Lentes divergentes (Figura 5.19), con distancia focal negativa: $f' < 0$

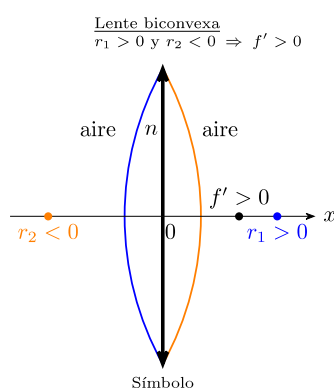


Figura 5.18: Lente convergente

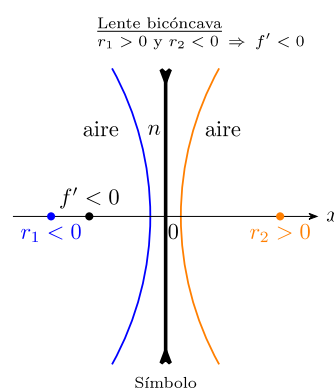


Figura 5.19: Lente divergente

Se llama potencia de la lente al inverso de la distancia focal (imagen):

$$P = \frac{1}{f'}$$

OBS. $[P] = [f']^{-1} = \text{m}^{-1}$ (dioptría)

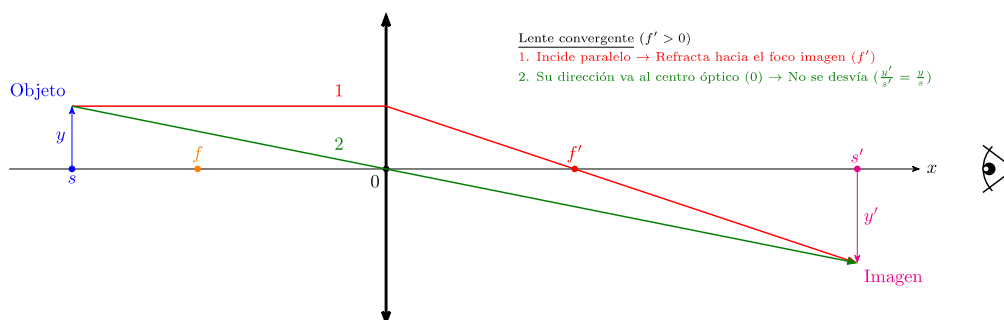


Figura 5.20: Lente convergente (objetivo)

Obsérvese en la Figura 5.20 cómo las lentes convergentes pueden formar imágenes reales, de ahí que se utilicen como objetivo en instrumentos ópticos: cámaras, microscopios, telescopios, proyectores, etc.

En la Figura 5.21 se ilustra la formación de una imagen virtual (mayor que el objeto) en una lente convergente. Obsérvese que la lente aleja el objeto, de ahí que las lentes convergentes se utilicen para corregir la hipermetropía, defecto de la visión que no permite ver objetos cercanos. Las lentes divergentes, por el contrario, obsérvese en la Figura 5.22, acercan los objetos; se utilizan, por tanto, para corregir la miopía, que no permite ver objetos lejanos.

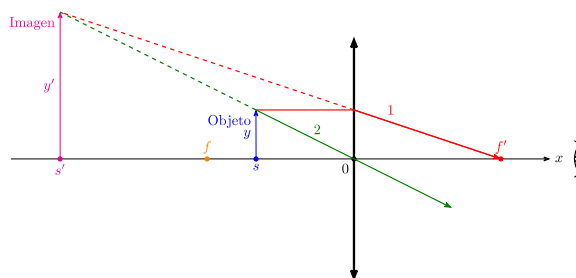


Figura 5.21: Lente convergente (lupa)

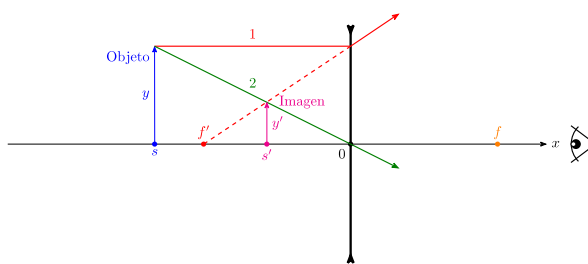


Figura 5.22: Lente divergente

El sonido

Como se ilustra en la Figura 5.23, en la propagación del sonido las partículas vibran en la misma dirección de propagación (longitudinalmente). La velocidad de propagación aumenta con el estado de agregación (mayor en sólidos que en líquidos, mayor en líquidos que en gases).

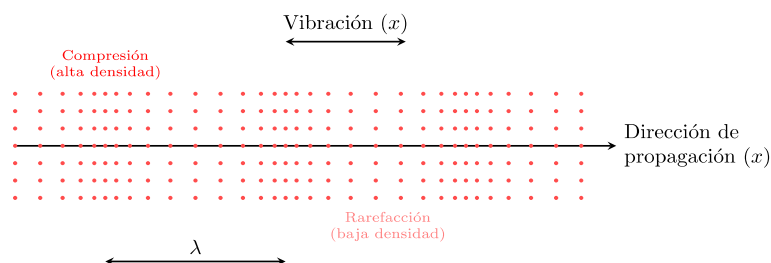


Figura 5.23: Compresiones y rarefacciones en la propagación del sonido

Cualidades del sonido

- El tono de un sonido está relacionado con su frecuencia. Las frecuencias altas se corresponden con agudos; las bajas, con graves. (El oído humano percibe sonidos en el rango entre 20 y 20000 Hz.)
- La sonoridad o el volumen, como ya se ha dicho, se relaciona con la intensidad (y, por tanto, con la amplitud de la onda); más concretamente, con el nivel de intensidad sonora (β). Una intensidad alta se corresponde con una sonoridad alta; una intensidad baja, con una sonoridad baja.
- El timbre tiene que ver con la forma de la onda, hace que dos sonidos con la misma frecuencia y la misma intensidad puedan percibirse distintos (distingue, por ejemplo, de quién es la voz).

La luz

La naturaleza de la luz ha sido un tema controvertido a lo largo de la historia de la física. Remontándonos al siglo XVII, encontramos a Huygens, defensor de su naturaleza ondulatoria, y a Newton, partidario de una naturaleza corpuscular (consideraba que estaba compuesta de partículas). El ascendiente de Newton hizo que la teoría corpuscular se impusiera hasta que, a comienzos del siglo XIX, el experimento de la doble rendija de Young, probó que la luz sufría difracción e interferencia, propiedades exclusivas de las ondas.

A mediados del XIX, a partir de las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell, se comprendió su naturaleza electromagnética. Como se ilustra en la Figura 5.24, en este caso el transporte de energía se produce por la oscilación de un campo eléctrico y un campo magnético (perpendiculares), la propagación tiene lugar en la dirección perpendicular a ambos campos (onda transversal).

A comienzos del siglo XX, sin embargo, Einstein explicó el fenómeno conocido como efecto fotoeléctrico, considerando de nuevo que la luz estaba formada por partículas, los fotones. A raíz de la hipótesis de de Broglie y el desarrollo de la física cuántica, se entendió que esta doble naturaleza onda-córculo de la luz podían presentarla igualmente otras partículas, como los electrones.

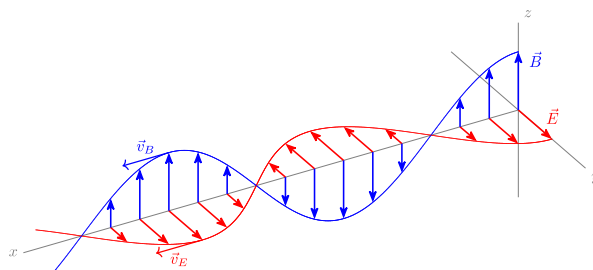


Figura 5.24: Onda electromagnética

Espectro electromagnético

Las ondas electromagnéticas se clasifican por su rango de frecuencia (o su longitud de onda):

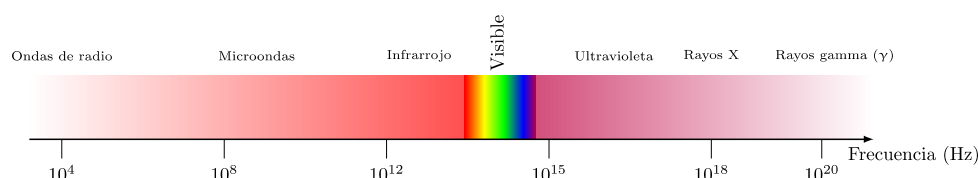


Figura 5.25: Espectro electromagnético (a escala logarítmica)

Velocidad de propagación de la luz

La velocidad de propagación de la luz en el vacío es:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \text{ donde } \begin{cases} \varepsilon_0 \text{ es la permitividad eléctrica en el vacío} \\ \mu_0 \text{ es la permeabilidad magnética en el vacío} \end{cases}$$

En un medio dado, con permitividad eléctrica ε y permeabilidad magnética μ , la velocidad es:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

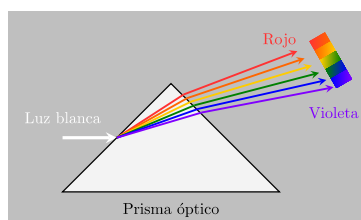


Figura 5.26: Dispersión de la luz

La dependencia de la permitividad eléctrica en los medios con la frecuencia (la dependencia, por tanto, de la velocidad de propagación y el índice de refracción), provoca que la luz sufra dispersión, como se ilustra en la Figura 5.26.

Notas

- Ecuación del movimiento armónico simple (MAS)

$$x(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \text{ donde } \begin{cases} A_0 = x_{\max} \text{ (amplitud)} \\ \omega_0 \text{ (frecuencia angular)} \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{ (periodo) y } f = \frac{1}{T} \text{ (frecuencia)} \\ \varphi_0 \text{ (fase inicial o desfase)} \longrightarrow x(0) \text{ y } v(0) \end{cases}$$

- Energía de una partícula que sigue un MAS

$$E_m = E_c + E_p, \text{ donde } \begin{cases} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \\ E_p = \frac{1}{2} k x^2 \end{cases} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} k A_0^2 \text{ (cte), donde } k = m \omega^2$$

- Ecuación de ondas armónicas

$$y(x, t) = A_0 \sin(k_0 x \mp \omega_0 t + \varphi_0), \begin{cases} \text{signo } \begin{cases} - & \text{si se propaga en el sentido de } x \\ + & \text{si se propaga en el sentido de } -x \end{cases} \\ A_0 = x_{\max} \text{ (amplitud)} \\ \omega_0 \text{ (frecuencia angular)} \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{ (periodo) y } f = \frac{1}{T} \text{ (frecuencia)} \\ k_0 \text{ (número de onda)} \longrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k_0} \text{ (longitud de onda)} \\ \varphi_0 \text{ (fase inicial o desfase)} \longrightarrow y(0, 0) \text{ y } v_y(0, 0) \end{cases}$$

- Ecuación de movimiento (MRU) del frente de onda (origen de coordenadas en el foco de perturbación)

$$x(t) = v t \xrightarrow{\text{ondas periódicas}} v = \frac{\lambda}{T} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} v = \lambda f$$

- Velocidad y aceleración de vibración (oscilación) de las partículas del medio por el que se propaga una onda armónica

$$\begin{aligned} v_y(x, t) &= \frac{\partial y}{\partial t} \Rightarrow v_y(x, t) = \dots \Rightarrow v_{y_{\max}} = \dots \\ a_y(x, t) &= \frac{\partial v_y}{\partial t} \Rightarrow a_y(x, t) = \dots \Rightarrow a_{y_{\max}} = \dots \end{aligned}$$

- Intensidad de ondas esféricas

$$I = \frac{P}{A} \xrightarrow{A=4\pi r^2} I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

- Relaciones de proporcionalidad directa e inversa de la intensidad I , la distancia r al foco de perturbación y la amplitud A

$$\frac{I}{A^2} = \text{cte (dp)} \quad \left| \quad I r^2 = \text{cte (ip)} \quad \right| \quad A r = \text{cte (ip)}$$

- Nivel de intensidad sonora (sonoridad)

$$\beta = 10 \text{ dB } \log \frac{I}{I_0}, \text{ donde } I_0 \text{ es la intensidad umbral mínima}$$

- Ecuación de ondas estacionarias (interferencia de ondas sincrónicas que se propagan en sentido opuesto)

$$y(t, x) = A_x \cos \omega_0 t, \text{ donde } A_x = 2A_0 \sin k_0 x$$

- Frecuencia fundamental f_1 y armónicos (ondas estacionarias)

$$L = n \cdot \text{distancia}_{\text{nodo-nodo}} \xrightarrow{\frac{\lambda}{2}} \Rightarrow L = n \frac{\lambda_n}{2} \xrightarrow{v=\lambda f} f_n = \dots$$

- Efecto Doppler (velocidad de propagación $v > 0$)

$$f' = \frac{v - v_O}{v - v_F} f, \text{ donde } \begin{cases} v_F \text{ es la velocidad del emisor (el foco de perturbación)} \\ v_O \text{ es la velocidad del observador} \end{cases}$$

- Teorema de Malus para las ondas que pasan de un medio 1 a un medio 2 ($f_1 = f_2$)

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 f_1 &= v_1 \xrightarrow{f_1=f} f = \dots \\ \lambda_2 f_2 &= v_2 \xrightarrow{f_2=f} f = \dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dots$$

- Índice de refracción de un medio

$$n = \frac{c}{v}$$

- Leyes de Snell de la reflexión y refracción

$$\left. \begin{aligned} \hat{r} &= -\hat{i}_1 && \text{(Ley de reflexión)} \\ n_2 \sin \hat{i}_2 &= n_1 \sin \hat{i}_1 && \text{(Ley de refracción)} \end{aligned} \right\}$$

- Reflexión total

$$\text{Ángulo límite } (\hat{i}_1 = \hat{L} \Rightarrow \hat{i}_2 = 90^\circ): \xrightarrow{\text{(Ley de refracción)}}$$

- Focos de un sistema óptico

$$\left. \begin{aligned} \text{Foco imagen } (s = -\infty \Rightarrow s' = f'): & \quad f' = \dots \\ \text{Foco objeto } (s = f \Rightarrow s' = \infty): & \quad f = \dots \end{aligned} \right\}$$

- Ecuaciones del espejo esférico

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} &= \frac{2}{r} \\ \frac{y'}{y} &= -\frac{s'}{s} \end{aligned} \right\}$$

- Obtención de las ecuaciones del espejo plano a partir de las ecuaciones del espejo esférico

$$\text{Espejo plano } (r = \infty): \dots$$

- Ecuaciones de las lentes delgadas

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} &= (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ \frac{y'}{y} &= \frac{s'}{s} \end{aligned} \right\}$$

- Ecuación del fabricante de lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}, \text{ donde } f' \begin{cases} > 0, \text{ si la lente es convergente} \\ < 0, \text{ si la lente es divergente} \end{cases}$$

- Potencia de una lente

$$P = \frac{1}{f'}$$

- Velocidad de propagación de la luz

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tabla 5.1: Constantes físicas

Constantes	(Nombre)
$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$	(Intensidad umbral mínima)
$v_s = 340 \text{ m s}^{-1}$	(Velocidad del sonido en el aire)
$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	(Velocidad de la luz en el vacío)
$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$	(Permitividad eléctrica en el vacío)
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$	(Permeabilidad magnética en el vacío)

Fundamentos

1. Una partícula oscila según un movimiento armónico simple, de forma que su elongación viene dada por la ecuación siguiente:

$$x(t) = 0,50 \cos(\pi t + \pi/4) \text{ (MKSC)}$$

Determina:

- La frecuencia y el periodo del movimiento.
- La elongación, velocidad y aceleración máximas.
- Posición, velocidad y aceleración de la partícula en el instante inicial.

2. Un objeto de 500 g vibra con movimiento armónico simple. La amplitud es de 8 cm y el periodo es de 10 segundos. Determina:

- La ecuación general de su movimiento sabiendo que en el instante inicial la elongación es -8 cm .
- La energía del objeto.
- Su energía potencial y cinética en el instante en que la elongación es 4 cm.

3. Una partícula de 4,0 kg que describe un movimiento armónico simple con frecuencia igual a 2,0 Hz tiene, inicialmente, una energía cinética de 0,60 J y una energía potencial de 1,80 J. Calcula:

- La amplitud de la oscilación.
- El valor de la elongación en el instante en el que las energías cinética y potencial son iguales.

4. La ecuación de una onda mecánica transversal es:

$$y(x, t) = 20 \sin[2\pi(0,01x - 8t)] \text{ (unidades SI)}$$

- Determina la amplitud, la frecuencia y la longitud de onda.
- Calcula la distancia que recorre la perturbación (el frente de onda) en 10 minutos.
- Calcula la elongación y la velocidad de un punto situado a 5 m del foco de perturbación cuando han transcurrido 20 s desde que ésta se inició.

5. Una onda se desplaza por una cuerda de manera que recorre 120 m en 10 s. La frecuencia de la onda es 2,0 Hz, la amplitud 0,075 m. En el instante inicial el extremo de la cuerda donde se ha iniciado la onda (foco de perturbación) tiene elongación cero y velocidad positiva.

- Calcula la velocidad de propagación.

- b) Calcula cuánto tarda la onda en alcanzar un punto situado a 1 km de donde se origina.
- c) Escribe la ecuación de la onda.
- d) El primer instante en el que es máximo el valor de la aceleración de una partícula que esté situada a 1 m del foco.
- e) Calcula la velocidad máxima del punto situado a 2 m del foco de perturbación y su velocidad en el instante $t = 5$ s.
6. En la Figura 5.27 se representa la elongación con respecto al tiempo, $y(t)$, del foco de perturbación ($x = 0$) de una onda armónica. El punto siguiente cuya elongación sigue la misma gráfica es $x = 0,50$ m.

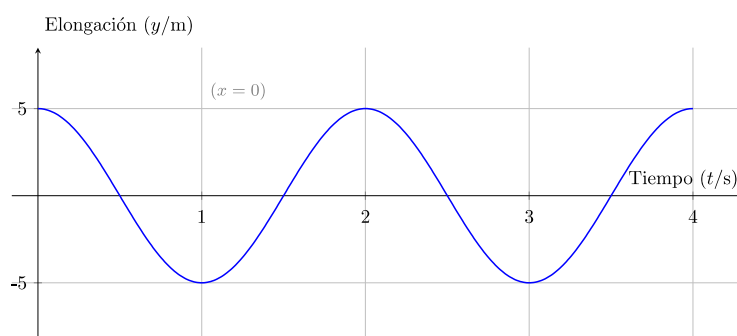


Figura 5.27

- a) Calcula la velocidad de propagación de la onda.
- b) Escribe la ecuación de la onda.
7. Una onda sinusoidal se propaga a lo largo de una cuerda de 12 m. Para determinar los parámetros de la onda se ha grabado en vídeo su propagación en el primer tramo (2,4 m) de la cuerda.

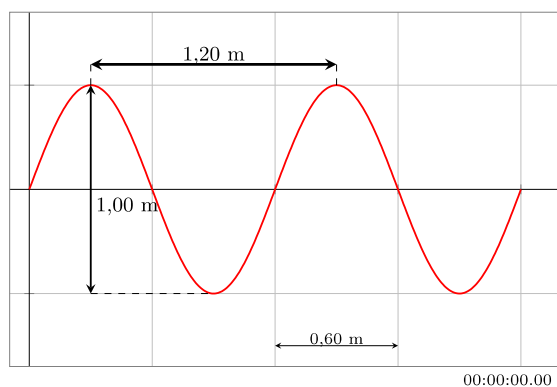


Figura 5.28: Primer fotograma

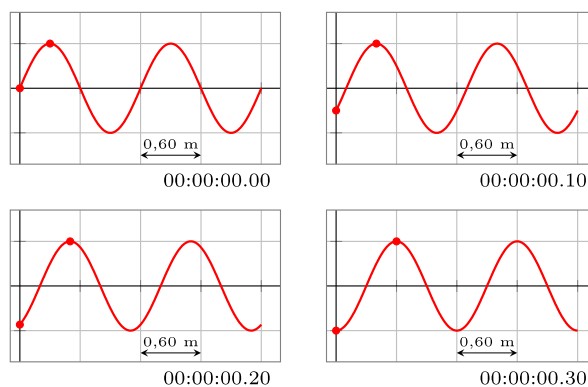


Figura 5.29: Primeros fotogramas (hh:mm:ss)

En la Figura 5.28 se muestra el primer fotograma del vídeo editado convenientemente; este fotograma se ha manipulado con el fin de realizar medidas sobre él. En la Figura 5.29 se recogen cuatro de los primeros fotogramas, separados una décima de segundo; también se han manipulado las imágenes, incorporando la cuadrícula e ilustrando el movimiento del foco de perturbación ($x = 0$) y del primer máximo (frente de onda).

Responde razonadamente las cuestiones que siguen:

- a) A partir del primer fotograma (Figura 5.28), determina la longitud de onda y la amplitud.
- b) A partir de los cuatro fotogramas de la Figura 5.29, determina el periodo.
- c) Calcula con los datos anteriores la velocidad de propagación de la onda.
- d) A partir de los cuatro fotogramas de la Figura 5.29, determina la velocidad de propagación y comprueba que se corresponde con la calculada arriba.
- e) Si el instante inicial ($t = 0$) se corresponde con el primer fotograma (00:00:00.00), determina la posición inicial del foco de perturbación, $x(0, 0)$, y el signo de su velocidad de vibración inicial, $v(0, 0)$; necesarios para determinar la ecuación de movimiento.
- f) Escribe la ecuación de la onda.
- g) Determina el primer instante en que la velocidad de vibración de la partícula situada al final de la cuerda es máxima.

8. La altura y de una onda plana transversal sigue la ecuación:

$$y(x, t) = 5 \sin(50\pi x - 100\pi t + 0,25\pi) \text{ m (en el argumento, unidades del SI)}$$

- a) Determina la separación mínima entre dos puntos que oscilan en fase.
- b) Determina la separación mínima entre dos puntos que oscilan en oposición de fase.
- c) Determina la separación mínima entre dos puntos que oscilan con un desfase de $\frac{\pi}{4}$.

9. Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación (medida en el Sistema MKSC):

$$y(x, t) = 3 \sin(20\pi t - 5\pi x)$$

Un partícula de 2,0 g es alcanzada por la onda a 0,50 m del foco. En el instante $t = 2$ s, determina (suponiendo que no hay disipación de energía):

- a) Su elongación.
- b) Su desfase con respecto al foco de perturbación.
- c) Su velocidad de vibración.
- d) Su energía.

10. Un foco sonoro emite con una potencia de 20 W.

- a) Calcula la intensidad sonora en dos puntos situados a 10 y 20 m respectivamente del foco.
- b) ¿Cuál será la relación que existe entre las amplitudes de la onda sonora en esos puntos?
- c) ¿Y la relación entre el nivel de intensidad sonora en esos puntos?

11. En un concierto se utiliza un altavoz que emite con una potencia de 50 W.

- a) ¿Cuál es la intensidad del sonido y el nivel de intensidad que se percibe a 50 m del mismo?
- b) ¿Qué nivel de intensidad sonora se corresponde con el umbral del dolor?
- c) La organización quiere impedir que el público se aproxime a una distancia menor que el doble de la correspondiente al umbral del dolor. ¿Dónde deben poner el límite de seguridad?

12. Los cohetes de fuegos artificiales explotan a alturas situadas entre 30 y 100 m generando una onda sonora, en muy buena aproximación, esférica.

Una empresa de riesgos laborales le encarga a unos de sus técnicos un estudio sobre la salud de los empleados en pirotecnia. Para ello cuenta con la gráfica de la Figura 5.30, en la que se muestra cómo dependen el umbral del dolor y el umbral de audición con la frecuencia del sonido.

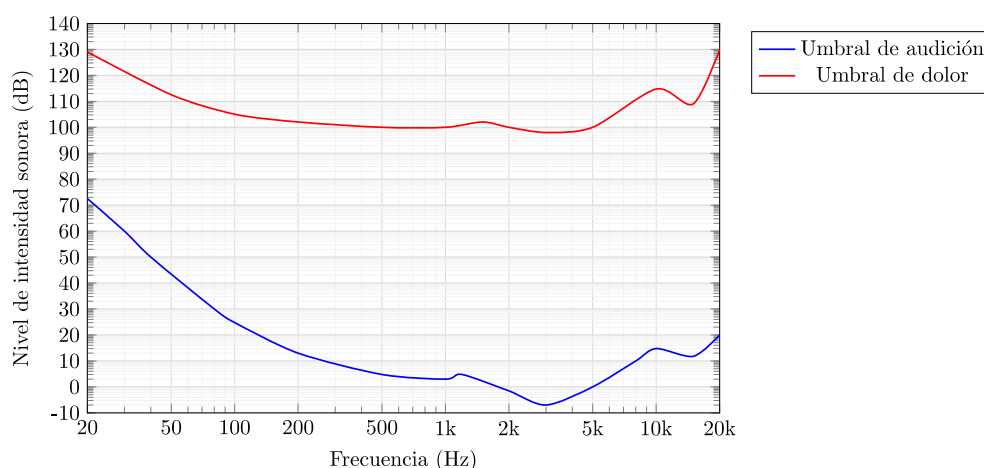


Figura 5.30: Umbrales de audición y del dolor

El técnico viaja a un pueblo próximo en fiestas. Se sitúa a cierta distancia del emplazamiento de los cohetes y, tras varias medidas, determina que la explosión se oye, de media, 1,5 s después de ver explotar los cohetes en el cielo. Con un sonómetro registra que a esa distancia la explosión más intensa se ha correspondido con un nivel de intensidad sonora de 65 dB.

Responde razonadamente las cuestiones que siguen:

a) Obsérvese en la gráfica que para frecuencias relativamente altas, entre 2000 y 5000 Hz (2 y 5 kHz), el umbral de audición baja de los 0 dB, hasta niveles de intensidad negativos. ¿Qué intensidades sonoras se corresponden con 0 dB y con -10 dB?

b) También a estas frecuencias baja el umbral del dolor, incluso por debajo de 100 dB. Si el técnico estima que debe situar el umbral del dolor en 95 dB, ¿qué intensidad se corresponde con este nivel de intensidad?

c) A partir del tiempo que tarda el sonido en llegar hasta él, el técnico determina la distancia media a la que se encuentra de los puntos en que explotan los cohetes. Con esta distancia, determina la potencia del cohete más ruidoso. ¿Qué potencia calcula?

d) Dado que el encargado de lanzar los fuegos se halla, como mínimo, a una distancia de 30 m de la explosión de los cohetes, calcula la intensidad y el nivel de intensidad máximos a los que está expuesto. Discute, de acuerdo con el resultado, si el empleado debe utilizar cascos antirruidos.

Fenómenos ondulatorios

13. La función de una onda estacionaria en una cuerda viene dada (en unidades SI) por:

$$y(x, t) = 10 \sin 4\pi x \cos 8\pi t$$

- Determina la amplitud de la onda, la amplitud de los vientres y la amplitud de los nodos.
- Determina el primer punto correspondiente a un nodo y el primero correspondiente a un vientre.
- Calcula la longitud de onda, la distancia entre nodos y la distancia entre vientres.
- Calcula la frecuencia.
- Determina la velocidad de propagación de las ondas componentes (las ondas que interfieren creando la onda estacionaria).

14. Si la cuerda del ejercicio anterior mide $L = 2$ m y se fijan sus dos extremos:

a) Comprueba que, en efecto, L es un múltiplo entero de la distancia nodo-nodo ($L = n \frac{\lambda}{2}$) y que, por tanto, la cuerda *admite* ondas estacionarias con la ecuación $y(x, t) = 10 \sin 4\pi x \cos 8\pi t$.

b) ¿Qué armónico (n) sigue la ecuación de arriba? Calcula la frecuencia fundamental f_1 .

15. En la primera cuerda de una guitarra las ondas se propagan a 422 m/s. La cuerda mide 64 cm entre sus extremos fijos. Calcula la frecuencia de vibración en el modo fundamental.

16. La cuerda mi de un violín vibra a 659,26 Hz en el modo fundamental. La cuerda tiene una longitud de 32 cm y produce un sonido de $1 \cdot 10^{-4}$ W de potencia. Determina:

a) La velocidad de propagación de las ondas en la cuerda.

b) Dónde debe presionarse la cuerda para producir la nota fa, que corresponde a una frecuencia de 698,46 Hz.

c) A qué distancia hay que situarse para escucharlo con un nivel de intensidad de 50 dB.

17. Determina en qué casos la frecuencia percibida es mayor que la emitida:

a) Si el emisor se aleja del receptor.

b) Si el receptor se acerca al emisor.

c) Si el emisor y el receptor se alejan.

18. Una niña se encuentra en la acera y observa una ambulancia cuya velocidad es de 108 km/h. Si la sirena de la ambulancia emite con una frecuencia de 300 Hz. Calcula la frecuencia percibida en los casos siguientes:

a) La niña se encuentra parada y la ambulancia se acerca a ella.

b) La niña se encuentra parada y la ambulancia se aleja ya de ella.

c) La niña camina a 1,0 m/s en sentido contrario a la ambulancia y la ambulancia se acerca a ella.

19. El campo eléctrico de una onda electromagnética que se propaga por el agua tiene la dirección del eje y y sigue la función:

$$E(x, t) = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}} \sin(1,2 \cdot 10^7 x - 2,72 \cdot 10^{15} t), \text{ donde } x \text{ se mide en metros y } t \text{ en segundos}$$

a) Calcula la longitud de onda y la frecuencia.

b) Calcula la velocidad de propagación y el índice de refracción del agua.

20. Un rayo de luz monocromática se propaga en el vacío con una longitud de onda de 726 nm. El rayo incide desde el aire sobre la superficie plana de un diamante, formando un ángulo de 45° con la recta normal a dicha superficie. Sabiendo que el índice de refracción del diamante es de 2,42:

a) ¿Cambia la frecuencia de la luz al pasar de un medio a otro?

b) Calcula la velocidad de propagación y la longitud de onda de la luz en el interior del diamante (sin calcular la frecuencia de la luz).

c) Determina el ángulo que forma el rayo refractado con la recta normal a la superficie.

21. Una haz de luz cuya longitud de onda es $5 \cdot 10^{-7}$ m se propaga en un medio físico con una velocidad de $1,4 \cdot 10^8$ m/s. Determina:

a) La frecuencia de la onda.

b) El índice de refracción del medio.

c) Determina el ángulo límite para la luz que pasa de este medio al aire.

22. Un haz de luz pasa de un primer medio transparente a un segundo medio transparente con un ángulo límite de 55° . El índice de refracción del segundo medio es 1,2. Determina el índice de refracción del primer medio.

23. Un rayo de luz incide en la superficie plana de separación de dos medios, produciéndose reflexión y refracción. Si el ángulo de reflexión es de 28° , el de refracción de 35° y el índice de refracción del primer medio es 1,3. Determina:

- a) El índice de refracción del segundo medio.
- b) El ángulo de incidencia para el que se produce la reflexión total.

24. Un rayo de luz viaja desde el aire ($n = 1,00$), atraviesa una lámina de vidrio ($n = 1,52$) y finalmente entra en agua ($n = 1,33$). Calcula el ángulo de salida cuando pasa del vidrio al agua.

25. Discute si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

a) “Si la frecuencia de una onda que se propaga en una cuerda se reduce a la mitad, la velocidad de propagación no varía y la longitud de onda se duplica.”

b) “Si se empalman dos cuerdas y la velocidad de propagación en la primera es el doble que en la segunda, independientemente de la frecuencia del mecanismo que provoque la onda, la longitud de onda en el primer tramo (primera cuerda) es también el doble que en el segundo (segunda cuerda).”

c) “El tiempo que debe transcurrir para que la onda recorra una distancia igual a 3 veces la longitud de onda es 3 veces el periodo de la onda.”

d) “Por efecto Doppler se observa un corrimiento hacia el rojo (hacia frecuencias menores) en el espectro de emisión de una estrella si se aleja de la Tierra.”

e) “Si un altavoz se oye en un punto dado con 50 dB de nivel de intensidad acústica, un altavoz con el doble de potencia se oirá en ese mismo punto con 100 dB.”

f) “Si un altavoz se oye en un punto dado con un nivel de intensidad sonora de 50 dB, dos altavoces iguales juntos (emitiendo el mismo sonido) se oirán en ese mismo punto con 100 dB.”

g) “Dado un sonido de potencia constante producido por un foco puntual, la diferencia entre el nivel de intensidad sonora entre un punto primero y un punto segundo situado a una distancia 10 veces mayor del foco es de 20 dB.”

Óptica geométrica

26. Un dioptrio esférico convexo tiene un radio de curvatura de 9 cm. Los índices de refracción son $n = 1$ y $n' = 1,5$. Determina:

- a) La distancia focal imagen del dioptrio.
- b) La posición donde se formará la imagen de un punto situado a 40 cm del polo del dioptrio.
- c) Comprueba la solución geoméricamente y discute las características de la imagen.
- d) Repite los apartados anteriores para el caso de un dioptrio esférico cóncavo.

27. Determina la profundidad aparente de un pez que está en reposo a 1 m por debajo de la superficie del agua ($n_{\text{agua}} = 1,33$).

28. Un objeto de 6 cm de altura se coloca a una distancia de 30 cm de un espejo esférico convexo de 40 cm de radio.

- a) Determina la posición y la altura de su imagen.
- b) Dibuja la imagen del objeto realizando un esquema de la marcha de los rayos indicando las ca-

racterísticas de la imagen.

29. Un objeto de 4 cm de altura se coloca a una distancia de 60 cm de un espejo cóncavo de 40 cm de radio.

- Calcula la distancia focal, la posición de la imagen y su tamaño.
- Representa gráficamente el problema, indicando claramente la marcha de los rayos y las características de la imagen.

30. Se tiene un espejo cóncavo cuyo radio mide 8 cm. Calcula a qué distancia hay que colocar un objeto en el eje óptico del espejo para obtener una imagen invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

31. Un espejo cóncavo forma la imagen a una distancia de 12 cm del mismo, de un objeto de 8 cm de altura que está situado a 35 cm del espejo.

- Calcula el radio del espejo.
- Calcula el tamaño de la imagen.
- Indica las características de la imagen.
- Realiza el diagrama de rayos.

32. Un objeto se encuentra a 0,5 m de un espejo plano. Si el espejo se aleja 1 m del objeto, ¿la imagen también, respecto a su posición anterior, se desplaza 1 m?

33. Enfrente de una lente convergente de 25 cm de distancia focal y a 30 cm de la misma se encuentra un objeto de 1 cm de altura. Determina la posición, el tamaño y las características de la imagen.

34. Un objeto se encuentra a 20 cm de una lente delgada cuya distancia focal imagen es de 4 cm. Calcula la posición y el aumento lateral en los dos casos siguientes:

- La lente es convergente.
- La lente es divergente.

35. Un objeto de 5 cm de altura se coloca a 15 cm de una lente de -10 dioptrías de potencia.

- Determina la posición y el tamaño de la imagen.
- Dibuja un esquema de la formación de la imagen e indica las características de la imagen.

36. Una lente de vidrio esférica está situada en el vacío. Es una lente delgada y biconvexa y sus dos caras tienen radios iguales a 10 cm. El índice de refracción del vidrio es 1,5. A partir de un objeto la lente forma una imagen que es real e invertida y tiene un tamaño que es la cuarta parte que el del objeto. Determina:

- La distancia focal imagen.
- Las posiciones del objeto y de la imagen.

37. Discute si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

- “La imagen producida por un espejo esférico convexo es virtual y está derecha.”
- “Las lentes divergentes acercan los objetos, de aquí que se utilicen para corregir la miopía.”
- “Si se acercan a ellas los objetos, las lupas pueden ser lentes convergentes o divergentes.”
- “Las lentes convergentes sólo producen imágenes reales e invertidas.”

Repaso

38. Por una cuerda de 100 m se propaga una onda armónica transversal con estas características:

- En cada ciclo los puntos de la cuerda recorren 2,00 m en 2,00 s.
- La onda tarda 10,00 s en recorrer la cuerda.
- En el instante $t = 1,00$ s la elongación de la partícula situada en $x = 10,00$ m (a 10 m del foco de perturbación) es máxima.

- a) Escribe la función de onda que sigue la cuerda.
- b) Calcula la velocidad del punto situado en $x = 10,00$ m en $t = 2,00$ s y su aceleración máxima.
- c) Calcula la distancia entre dos puntos que vibren con un desfase de $\frac{3\pi}{5}$.
- d) Si se fijan los dos extremos de la cuerda, determina la frecuencia fundamental de la onda estacionaria producida.
- e) Determina también la amplitud de la oscilación de los vientres de esta onda estacionaria.

39. La sirena de una ambulancia emite a una frecuencia de 400 Hz. El nivel de intensidad sonora de la sirena es de 110 dB a una distancia de 1,5 m.

- a) Calcula la intensidad del sonido a esta distancia (1,5 m).
- b) Calcula la intensidad a una distancia de 30 m.
- c) ¿En qué proporción ha disminuido la amplitud del sonido (desde los 1,5 m a los 30 m)?
- d) Si la ambulancia circula a 150 km/h por una carretera y un motorista, que acaba de cruzarse con ella, circula a 90 km/h (en sentido contrario), ¿será más grave la frecuencia del sonido percibido por el motorista? Calcula la frecuencia que percibe.

40. En los almacenes se utilizan espejos convexos; con un espejo de tamaño razonable se consigue un amplio margen de vigilancia. Uno de estos espejos, con un radio de curvatura de 1,2 m, permite al dependiente de cierta tienda inspeccionar el local entero.

Si un cliente de 2,0 m de altura, se encuentra a 10 m del espejo:

- a) ¿A qué distancia de la superficie del espejo está su imagen? ¿Qué altura tiene la imagen?
- b) Determina la distancia focal de espejo, realiza un esquema de la marcha de los rayos y discute sus características.
- c) Indica, justificadamente, la naturaleza de la imagen en el caso de que el espejo fuera cóncavo.

41. El objetivo de una cámara de fotos de foco fijo, con 35 mm de distancia focal, consiste en una lente biconvexa con radios de curvatura de 3,0 y 5,0 cm.

- a) Calcula la potencia de la lente y el índice de refracción de la lente.
- b) Calcula el aumento lateral y la distancia necesaria entre la lente y la película fotográfica para formar la imagen enfocada de un objeto situado a 1,0 m de distancia.
- c) Indica las características de la imagen y realiza un esquema de la formación de la imagen.
- d) Repite el apartado anterior en el caso de que la lente fuera divergente.

Tema 6. Física del siglo XX

A finales del siglo XIX, una serie de experimentos pusieron de manifiesto fenómenos que estaban lejos de ajustarse a las teorías físicas que de un modo tan extenso como exitoso se habían desarrollado a lo largo del siglo. La radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y el resultado del experimento de Michelson-Morley no solamente escapaban a la comprensión, sino que alcanzaban a contradecir el núcleo de la física, la mecánica. La explicación de estos fenómenos dio pie al desarrollo de dos nuevos modelos de mecánica, la mecánica cuántica y la mecánica relativista, que han servido de base para campos de la física impensables hace un siglo, como la cosmología y la física de partículas.

Principios de la física cuántica

Hipótesis de Planck

Todos los cuerpos absorben radiación electromagnética (luz); también la emiten, radiación que reflejan y radiación propia. A un cuerpo que absorbe toda la radiación que le alcanza (sin reflejar parte de ella) se le llama cuerpo negro o cavidad radiante; un cuerpo negro, por tanto, emite solamente radiación propia. Las estrellas emiten, en buena aproximación, como un cuerpo negro.

El estudio experimental de la radiancia (cómo se distribuye la intensidad de la radiación según su longitud de onda) del cuerpo negro a distintas temperaturas no se ajusta a la predicción de Rayleigh-Jeans, que no comprende la disminución de la radiancia a frecuencias altas/longitudes de onda cortas (la llamada catástrofe ultravioleta), como se simula en la Figura 6.1. Los datos experimentales sí siguen las leyes de Stefan-Boltzmann y Wien.

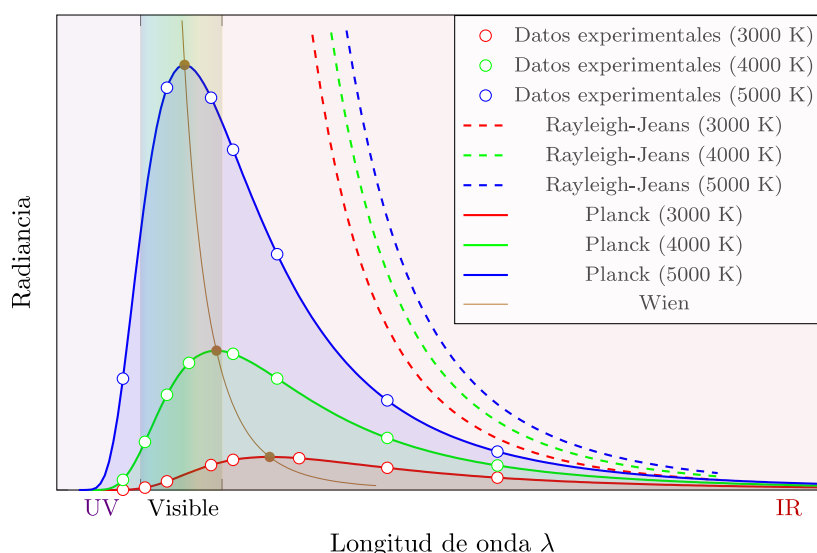


Figura 6.1: Radiancia espectral de un cuerpo negro en función de la longitud de onda

De acuerdo con la Ley de Stefan-Boltzmann, la intensidad de la radiación emitida a través de su superficie por un cuerpo negro (áreas encerrada por las curvas, representadas en la Figura 6.1) es mayor cuanto mayor es la temperatura del cuerpo:

$$I = \sigma T^4, \text{ donde } \sigma \text{ es la constante de Stefan-Boltzmann}$$

· Por otra parte, a temperaturas ordinarias los cuerpos emiten principalmente en el infrarrojo; sin embargo, las estrellas, con temperaturas entre 2000 y 50000 K, lo hacen en el visible. La longitud de onda $\lambda_{\max}$ a la que emite el máximo de radiación un cuerpo sigue la Ley del desplazamiento de Wien:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \text{ donde } b \text{ es la constante de desplazamiento de Wien}$$

Buscando explicar la radiancia del cuerpo negro de acuerdo con los datos experimentales y las leyes enunciadas, Planck postuló que las partículas de las paredes del cuerpo negro se comportan como osciladores armónicos que emiten (y absorben) energía de manera discreta (no continua como se pensaba), en paquetes o cuantos proporcionales a su frecuencia f de vibración; de manera que el aumento o disminución ΔE de su energía viene dado por:

$$\Delta E = n E_{\text{cuanto}}, \text{ donde } \begin{cases} n = 1, 2, 3 \dots \\ E_{\text{cuanto}} = h f, \text{ donde } h \text{ es la constante de Planck} \end{cases}$$

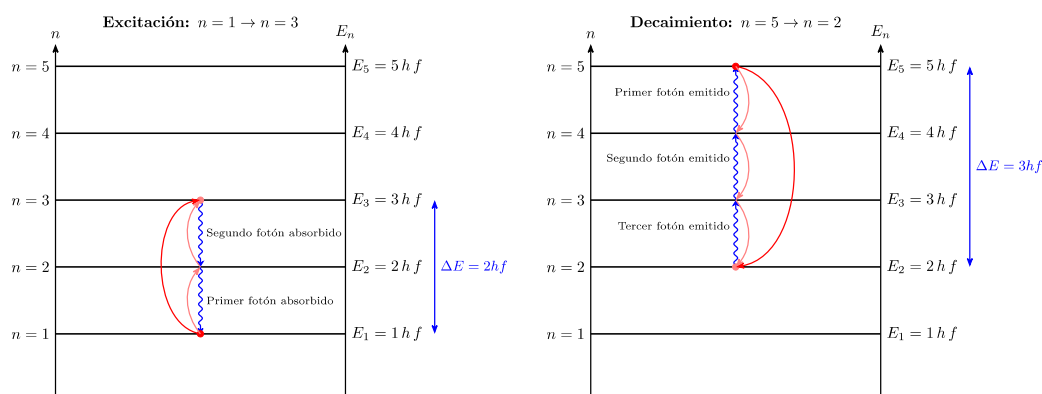


Figura 6.2: Transición de una partícula de nivel 1 al 3 de energía con absorción de dos cuantos de energía/fotones (excitación) y transición del nivel 5 al 2 con emisión de tres fotones (decaimiento)

Explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico

A los cuantos de energía de Planck los llamó Einstein cuantos de luz y los trató como partículas (fotones) para lograr explicar el efecto fotoeléctrico; esto es, cómo emiten electrones los metales cuando son iluminados. Los fotones se consideran, por tanto, partículas de luz, sin masa ni carga eléctrica.

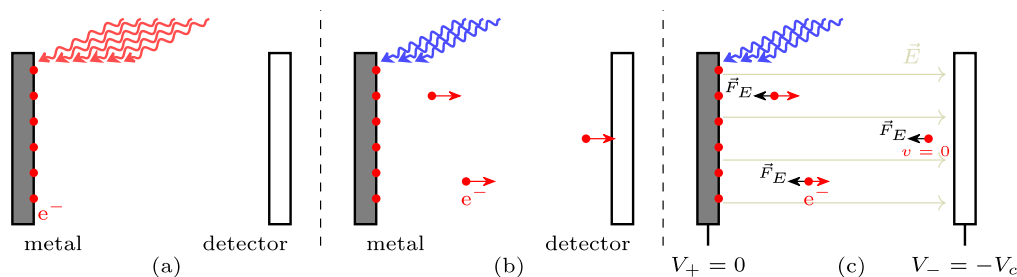


Figura 6.3: Efecto fotoeléctrico. Luz muy intensa de baja frecuencia (roja) que no provoca la emisión de electrones (a) y luz menos intensa de frecuencia alta (azul) que sí provoca la emisión (b). Introducción de un potencial de frenado para comprobar la teoría de Einstein (c)

Según la física clásica la energía cinética de los electrones emitidos debe ser mayor cuanto mayor es la intensidad de la luz; sin embargo, experimentalmente, como se ilustra en la Figura 6.3, se observa

que esto no es así.

En la explicación de Einstein cada fotón, con energía $E_f = h f$ (donde f es la frecuencia de la luz), interacciona con un electrón; si el fotón tiene energía suficiente (mayor o igual que la función de trabajo o trabajo de extracción W_0 del metal) el electrón se emite; si no, no se emite. Como se ilustra en la Figura 6.4, la frecuencia umbral o frecuencia de corte (característica de cada metal) es la frecuencia mínima de la luz que libera electrones, de manera que $W_0 = h f_0$.

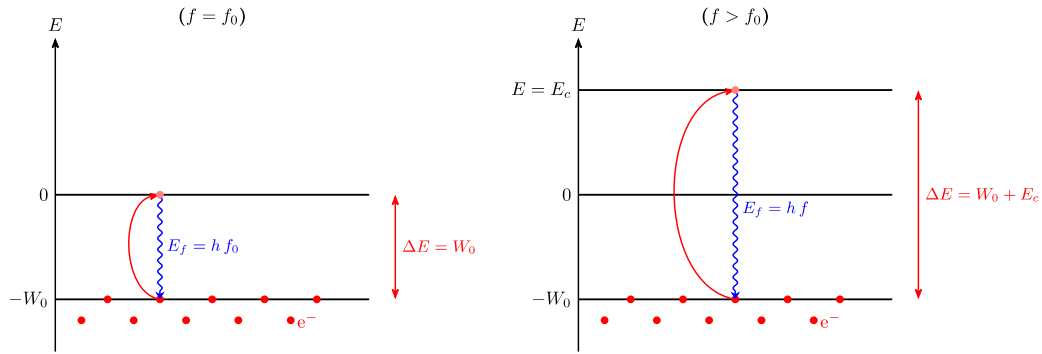


Figura 6.4: Diagrama de energías para el efecto fotoeléctrico. Si la frecuencia del fotón es igual a la frecuencia umbral ($f = f_0$) se liberan electrones; si es mayor ($f > f_0$), además de liberarse, los electrones son emitidos con cierta velocidad/energía cinética. La energía cinética E_c es la ganada por los electrones más externos (con mayor energía) del metal; es, por tanto, la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

De acuerdo con el principio de conservación de la energía, la energía ganada por el electrón ΔE debe ser igual que la energía E_f del fotón que absorbe. Observando el diagrama de la Figura 6.4:

$$\Delta E = E_f \Rightarrow W_0 + E_c = E_f, \text{ donde } \begin{cases} E_f = h f, \text{ donde } E_f \text{ es la energía del fotón con frecuencia } f \\ W_0 = h f_0, \text{ donde } \begin{cases} W_0 \text{ es la función de trabajo del metal} \\ f_0 \text{ es la frecuencia umbral del metal} \end{cases} \end{cases}$$

En la práctica, para determinar la energía cinética máxima de los electrones emitidos (E_c) se introduce un potencial de frenado, como se ilustra en la Figura 6.3c. El potencial de frenado V_c , o potencial de corte, es el potencial para el que los electrones dejan de llegar al detector ($v = 0 \Rightarrow E_c = 0$), de manera que la energía final del electrón será toda energía potencial: $E = E_p$; es decir, $E_f = W_0 + E_p$. En definitiva, la energía cinética E_c buscada (sin potencial de frenado) es igual que la energía potencial E_p con potencial de frenado:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Energía final sin potencial de frenado: } E = E_c \\ \text{Energía final con potencial de frenado: } E = E_p = e V_c \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = e V_c$$

Basándose en la teoría de Einstein, Bohr postuló su modelo del átomo de hidrógeno, que lograba explicar su espectro de absorción y emisión.

Hipótesis de de Broglie

Del mismo modo que las ondas electromagnéticas se comportan como partículas (fotones), de Broglie plantea que las partículas (como los electrones) pueden presentar naturaleza ondulatoria (interferir y difractarse). Puede, por tanto, asociarse a ellas un parámetro ondulatorio, como la longitud de onda.

La longitud de onda asociada a una partícula con momento lineal p es:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Esta relación asocia, igualmente, un momento lineal al fotón, a pesar de no tener masa. Este momento es determinante en su comportamiento como partícula, como en el llamado Efecto Compton.

Para un fotón con energía E_f :

$$\lambda = \frac{h}{p} \xrightarrow{\lambda f = c} \frac{c}{f} = \frac{h}{p} \Rightarrow p c = h f \xrightarrow{E_f = h f} p = \frac{E_f}{c}$$

Principio de incertidumbre de Heisenberg

Esta naturaleza ondulatoria de las partículas introduce una incertidumbre o indeterminación en la medición simultánea de su posición y su momento lineal (cuanto más precisamente se conozca una, menos precisamente se conocerá otra, independientemente de los instrumentos de medida), como se ilustra en la Figura 6.5.

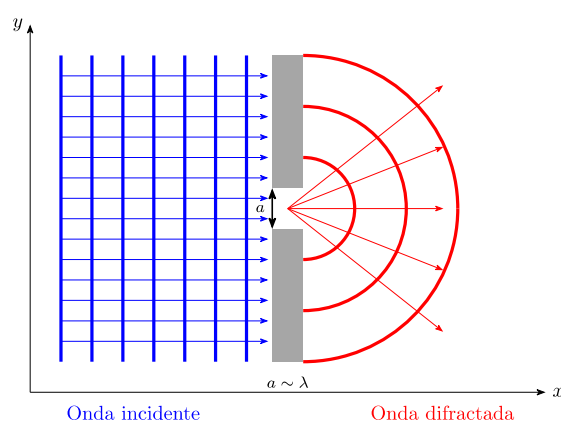


Figura 6.5: Difracción de una onda electromagnética plana: Antes de llegar a la rendija la componente y del momento lineal está completamente determinada ($p_y = 0$), pero se desconoce la posición y de los fotones. Si trata de determinarse la posición de un fotón disminuyendo el tamaño de la rendija (a) hasta hacerla del orden de la longitud de onda λ , la onda se difracta y se pierde la información sobre el momento lineal ($p_y \neq 0$).

Para una partícula con momento lineal p que se propaga rectilíneamente en la dirección del eje x , la indeterminación de la posición Δx y la indeterminación del momento lineal Δp cumple:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \text{ donde } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

OBS. $p = m v \Rightarrow \Delta p = m \Delta v + \Delta m v$

El principio de incertidumbre supone un límite importante para sistemas de dimensiones pequeñas con partículas poco masivas; en el estudio del átomo, por ejemplo (no así en sistemas macroscópicos). Obsérvese que el principio va a impedir para estos sistemas la determinación precisa de la posición y la velocidad iniciales de una partícula, imprescindibles para conocer, tras aplicar las leyes de la mecánica clásica, sus ecuaciones de movimiento. La mecánica cuántica se basa en los principios enunciados y trata en consecuencia a las partículas asociándolas una función de onda que cumple la ecuación de Schrödinger (ecuación fundamental). La aplicación de la mecánica cuántica al estudio del átomo logra explicar la unión entre átomos que estudia la química.

Teoría de la relatividad especial

El experimento de Michelson-Morley trata de medir la interferencia de la luz que se propaga en la

dirección del movimiento de traslación de la Tierra y en dirección perpendicular. Que no aparezca esta interferencia (como si la Tierra no se moviese) pone en entredicho las transformaciones de Galileo para observadores inerciales (observadores que se mueven entre sí a velocidades constantes).

Einstein postula que estas transformaciones dejan de ser válidas para partículas que se mueven a velocidades altas, cercanas a la velocidad de la luz, y formula una mecánica válida en este caso.

Postulados de la Teoría de la relatividad especial

- Principio de relatividad de Einstein: Las leyes de la mecánica y del electromagnetismo son las mismas para observadores inerciales.

- Principio de la constancia de la velocidad de la luz: La velocidad de luz es una constante que no depende de la velocidad del observador ni de la velocidad de la fuente.

Los dos postulados obligan a utilizar las transformaciones de Lorentz para relacionar las ecuaciones de movimiento entre observadores inerciales, las cuales prohíben que las partículas puedan superar la velocidad de la luz (también prueban que, de manera cualitativa, se cumpla para la luz el efecto Doppler, que en principio no parecería compatible con el segundo postulado).

Se define el factor gamma (γ) para una partícula que sigue un MRU con velocidad v como sigue:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\text{OBS. } \gamma \begin{cases} \notin \mathbb{R} & \text{si } v > c \\ = \infty & \text{si } v = c \\ > 1 & \text{si } v < c \\ \simeq 1 & \text{si } v \ll c \\ = 1 & \text{si } v = 0 \end{cases}$$

Consecuencias inmediatas de los postulados

Otras dos consecuencias, que desafían el sentido común, se derivan de forma inmediata de los postulados de Einstein, la contracción de longitudes de Fitzgerald-Lorentz y la dilatación del tiempo.

En la Figura 6.6 se representa una partícula de masa m que sigue un MRU desde un punto A a un punto B del eje x . Cuando la partícula se encontraba en A , los observadores O y O' también se encontraban en ese punto; vamos a suponer que el observador O permanece en A ; el observador O' , por el contrario, se mueve con la partícula (como si viajara subido a ella). Como también trata de representarse en la Figura 6.6, el observador O' cuenta con un reloj para determinar el tiempo que tarda la partícula en ir de A a B ; el observador O , con una regla para medir la distancia de A a B .

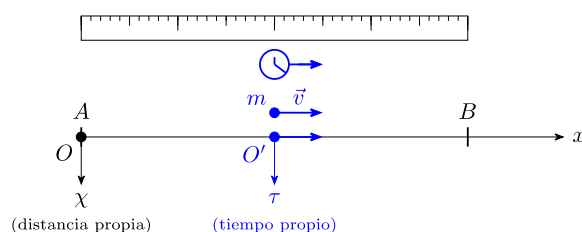


Figura 6.6: El observador O mide distancias/longitudes propias; el observador O' , tiempos propios

- Dilatación del tiempo: Puesto que para O' los eventos salida de A y llegada a B ocurren en el

mismo lugar (misma posición), es decir, puesto que su reloj viaja con la partícula que va de un punto al otro, O' va a medir un tiempo llamado tiempo propio, τ . El observador O , sin embargo, que ve este reloj en movimiento, medirá un tiempo no propio t mayor que τ . La relación entre estos tiempos es:

$$t = \gamma \tau$$

· Contracción de longitudes: Puesto que para O los puntos A y B permanecen fijos en todo instante, es decir, puesto que su regla no se encuentra en movimiento, O va a medir una distancia llamada distancia propia, χ . El observador O' , sin embargo, que ve la regla en movimiento, medirá una distancia no propia x menor que χ . La relación entre estas distancias es:

$$x = \frac{\chi}{\gamma}$$

Dinámica relativista

El principio de relatividad obliga a formular una nueva mecánica coherente con él, la mecánica relativista. Aquí algunos conceptos de mecánica clásica se revisan y redefinen.

Para la partícula de masa m de la Figura 6.6 (que sigue un MRU con velocidad v para el observador O) se redefine el momento lineal como sigue:

$$p = \gamma m v$$

También se revisa la definición de energía cinética, introduciendo dos conceptos nuevos:

$$E_c = E - E_0, \text{ donde } \begin{cases} E = \gamma m c^2, \text{ donde } E \text{ es la energía relativista de la partícula} \\ E_0 = m c^2, \text{ donde } E_0 \text{ es la energía en reposo de la partícula} \end{cases}$$

OBS. $v = 0 \Rightarrow E = \gamma(\theta) m c^2 = E_0 \Rightarrow E_c = E_0 - E_0 = 0$

En sistemas aislados las cantidades que se conservan son el momento lineal y la energía E .

Un concepto en desuso es la masa relativista γm .

Física nuclear

En el estudio del núcleo atómico es necesario aplicar mecánica cuántica (sistema de dimensiones pequeñas con partículas poco masivas) y mecánica relativista (en él tienen lugar procesos de alta energía, unos seis órdenes de magnitud superior a la de los procesos atómicos).

Los núcleos se representan como los átomos:

$${}_Z^A X, \text{ donde } \begin{cases} X \text{ es el símbolo del elemento} \\ Z \text{ es el número atómico; esto es, el número de protones} \\ A \text{ es el número másico; esto es, el número de nucleones (protones y neutrones)} \end{cases}$$

OBS. $p^+ \text{ (protón)} = {}_1^1p$ $e^- \text{ (electrón)} = {}_{-1}^0e$ $\gamma \text{ (fotón)} = {}_0^0\gamma$
 $n \text{ (neutrón)} = {}_0^1n$ $e^+ \text{ (positrón)} = {}_{+1}^0e$

En el núcleo atómico los nucleones se encuentran tan próximos ($\sim 10^{-15}$ m) que en él se ponen de manifiesto dos nuevas interacciones llamadas de corto alcance, las interacciones nucleares fuerte y débil.

Energía de enlace nuclear

Como la unión entre átomos (el enlace químico) la cohesión nuclear puede entenderse a partir de un principio de mínima energía: los nucleones unidos tienen un estado de menor energía que por separado. Se llama energía de ligadura o energía de enlace nuclear a esta diferencia:

$$\Delta E_e = \Delta m c^2, \text{ donde } \Delta m = m_{\text{nucleones}} - m_{\text{núcleo}} \text{ (defecto de masa)}$$

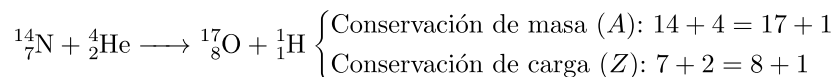
Por ejemplo, para el carbono-14 ($^{14}_6\text{C}$), el defecto de masa es:

$$\Delta m = (6 m_{\text{p}^+} + 8 m_{\text{n}}) - m_{^{14}_6\text{C}}$$

Un núcleo será más estable cuanto mayor sea la energía de enlace por nucleón; esto es, $\frac{\Delta E_e}{A}$.

Reacciones nucleares

Son procesos en los que unos núcleos iniciales se transforman en otros (finales). Por ejemplo:



La energía ΔE absorbida en una reacción nuclear es:

$$\Delta E = \Delta m c^2, \text{ donde } \Delta m = m_{\text{núcleos finales}} - m_{\text{núcleos iniciales}} \begin{cases} < 0 \text{ (energía emitida)} \\ > 0 \text{ (energía absorbida)} \end{cases}$$

Por ejemplo para la reacción de arriba:

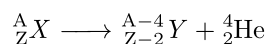
$$\Delta m = (m_{^{17}_8\text{O}} + m_{^1_1\text{H}}) - (m_{^{14}_7\text{N}} + m_{^4_2\text{He}})$$

Si núcleos pesados se transforman en otros mas ligeros se habla de fisión nuclear (centrales nucleares); si núcleos ligeros se transforman en núcleos pesados, de fusión nuclear (estrellas).

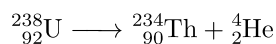
Radiactividad

Existen núcleos (isótopos) inestables que se desintegran o decaen de manera espontánea transformándose en otros. Al desintegrarse emiten partículas, principalmente partículas α , β y γ . Las Leyes del desplazamiento radiactivo para estas emisiones se siguen de las leyes de conservación de masa y carga:

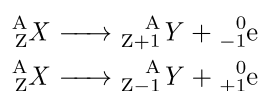
- Desintegración alfa ($\alpha = ^4_2\text{He}$)



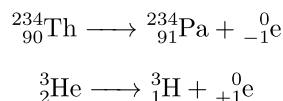
Por ejemplo:



- Desintegración beta ($\beta^- = ^0_{-1}\text{e}$ y $\beta^+ = ^0_{+1}\text{e}$)



Por ejemplo:



OBS. En la desintegración β^- un neutrón se transforma en un protón: ${}_0^1\text{n} \longrightarrow {}_1^1\text{p} + {}_{-1}^0\text{e}$

En la desintegración β^+ un protón se transforma en un neutrón: ${}_1^1\text{p} \longrightarrow {}_0^1\text{n} + {}_{+1}^0\text{e}$

· Desintegración gamma ($\gamma = {}_0^0\gamma$)



Por ejemplo, tras una desintegración α o β , los nucleones se encuentran en estados excitados y decaen a estados de menor energía emitiendo radiación gamma:

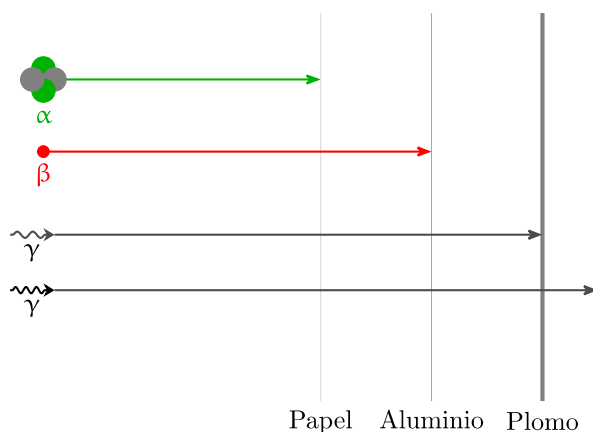
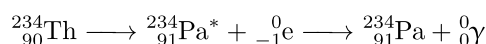


Figura 6.7: Poder de penetración de la radiación. La radiación gamma (fotones de alta energía, del rango de los rayos gamma) es la que tiene mayor poder de penetración y mayor poder ionizante. Si los fotones visibles ionizan los metales (efecto fotoeléctrico), los fotones gamma ionizan todos los átomos.

La Ley de desintegración radiactiva permite calcular, para una muestra con N_0 núcleos iniciales, el número $N(t)$ de núcleos que quedan (que no se han desintegrado aún) transcurrido un tiempo t :

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, donde λ es la constante radiactiva, característica de cada isótopo

OBS. $N(0) = N_0 e^{\lambda \cdot 0} = N_0$

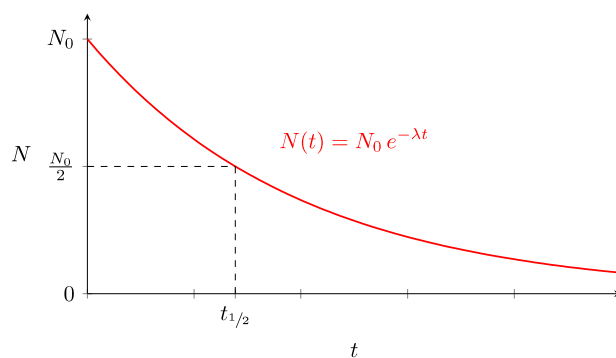


Figura 6.8: Ley de desintegración radiactiva

Puesto que la masa (m) de una muestra y su número de moles (n) son directamente proporcionales

al número de núcleos ($\frac{N}{N_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{n}{n_0}$), la ley toma la misma forma si se expresa con estas otras cantidades; esto es: $m(t) = m_0 e^{\lambda t}$ o $n(t) = n_0 e^{\lambda t}$.

La cantidad que mide la velocidad a la que ocurren las desintegraciones es la actividad $A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ (se introduce el signo debido a que N disminuye). En suma:

$$A(t) = \lambda N(t) \Rightarrow A(t) = A_0 e^{-\lambda t}, \text{ donde } A_0 = \lambda N_0$$

$$\text{OBS. } [A] = \frac{[-\Delta N]}{[t]} = \frac{\text{núcleos desintegrados}}{\text{s}} = \frac{\text{desintegraciones}}{\text{s}} = \text{Bq (becquerel)}$$

El periodo de semidesintegración (también llamado semivida y vida media), $t_{1/2}$, es el tiempo que tarda una muestra (o la actividad de una muestra) en reducirse a la mitad (ver Figura 6.8); esto es:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \Rightarrow -\lambda t_{1/2} = \ln \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda t_{1/2} = \ln 2 \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Modelo estándar de la física de partículas

Hacia mediados del siglo XX el estudio de la interacción electromagnética a través de los conceptos dinámicos introducidos en mecánica cuántica y en mecánica relativista dio origen a la Electrodinámica cuántica (QED), una teoría cuántica de campos; esto es, una teoría en la que los conceptos de campo y partícula se unifican en una entidad única. En teoría cuántica de campos se considera, entonces, que hay partículas que componen la materia y partículas que median en las interacciones.

Unos años después, en la década de los 60, se formula la Teoría electrodébil, que unifica la interacción débil con la electromagnética. El desarrollo de la Cromodinámica cuántica (QCD) en los años 70, una nueva teoría cuántica de campos que explica la interacción fuerte, termina de conformar el Modelo estándar de la física de partículas.

Tabla 6.1: Interacciones fundamentales de menor a mayor intensidad. Se indica (Sí/No) qué interacciones actúan sobre las partículas constituyentes de la materia. La interacción gravitatoria no forma parte del modelo estándar.

Interacción	Partículas mediadoras (bosones)	Partículas de la materia (fermiones)		
		leptones	quarks	
		e^-, μ^-, τ^-	neutrinos	
Gravitatoria	gravitón	Sí	Sí	Sí
Nuclear débil	bosones débiles (W^+, W^-, Z)	Sí	Sí	Sí
Electromagnética	fotón	Sí	No	Sí
Nuclear fuerte	gluones (8)	No	No	Sí

· Las interacciones nucleares son de corto alcance y sólo se manifiestan a nivel nuclear. La interacción débil es responsable de procesos como la desintegración beta. La interacción nuclear fuerte es, finalmente, la responsable de la cohesión nuclear, de que los protones puedan permanecer tan próximos a pesar de repelerse tan intensamente.

· Las partículas constituyentes de la materia son fermiones con espín $\frac{1}{2}$. Todas tienen masa (de ahí que actúe sobre ellos la interacción gravitatoria). Los neutrinos son los únicos que no presentan carga eléctrica (de ahí que no actúe sobre ellos la interacción electromagnética). Todas tienen su correspon-

diente antipartícula (el positrón, por ejemplo, es la antipartícula del electrón).

Se clasifican en tres generaciones. La materia ordinaria está constituida por partículas de la generación I: electrón (e^-), neutrino (ν_e), quark up (u) y quark down (d). Los protones y neutrones están formados por estos quarks:

$$p^+ = u u d \qquad \qquad \qquad n = u d d$$

· Las partículas mediadoras de las interacciones son bosones con espín 1. Solamente los bosones débiles tienen masa (el bosón de Higgs se incluye en el modelo debido a este hecho); W^+ y W^- presentan, además, a diferencia del resto, carga eléctrica.

Notas

- Intensidad emitida a través de su superficie por un cuerpo negro con temperatura absoluta T (Ley de Stefan-Boltzmann)

$$I = \sigma T^4, \text{ donde } \sigma \text{ es la constante de Stefan-Boltzmann}$$

- Longitud de onda máxima a la que emite un cuerpo negro a temperatura absoluta T (Ley del desplazamiento de Wien)

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \text{ donde } b \text{ es la constante de desplazamiento de Wien}$$

- Incremento de energía de una partícula de la pared del cuerpo negro, que se comporta como un oscilador armónico con frecuencia f (Hipótesis de Planck)

$$\Delta E = n E_{\text{cuanto}}, \text{ donde } \begin{cases} n = 1, 2, 3 \dots \\ E_{\text{cuanto}} = h f, \text{ donde } h \text{ es la constante de Planck} \end{cases}$$

- Incremento de energía del electrón en el efecto fotoeléctrico (explicación de Einstein, de acuerdo con la conservación de la energía)

$$\Delta E = E_f \Rightarrow W_0 + \overset{E_c}{\nearrow} E = E_f, \text{ donde } \begin{cases} E_f = h f, \text{ donde } E_f \text{ es la energía del fotón con frecuencia } f \\ W_0 = h f_0, \text{ donde } \begin{cases} W_0 \text{ es la función de trabajo del metal} \\ f_0 \text{ es la frecuencia umbral del metal} \end{cases} \\ E_c \text{ es la energía cinética máxima de los electrones emitidos} \end{cases}$$

- Efecto fotoeléctrico en el caso de introducir un potencial de frenado

$$\left. \begin{array}{l} \text{Energía final sin potencial de frenado: } E = E_c \\ \text{Energía final con potencial de frenado: } E = E_p = \cancel{e} e (\cancel{V}_c) = e V_c \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = e V_c$$

- Longitud de onda asociada a una partícula con momento lineal p (Hipótesis de de Broglie)

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- Momento lineal de un fotón con energía E_f

$$\lambda = \frac{h}{p} \xrightarrow{\lambda f = c} \dots \xrightarrow{E_f = h f} \dots$$

- Relación entre la incertidumbre de la posición (Δx) y del momento lineal (Δp) de una partícula que se mueve en la dirección del eje x (Principio de incertidumbre de Heisenberg)

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \text{ donde } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- Factor gamma para una partícula que sigue un MRU con velocidad v

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Relación entre el tiempo propio τ y el tiempo no propio t (dilatación del tiempo)

$$t = \gamma \tau$$

- Relación entre la distancia propia χ y la distancia no propia x (contracción de longitudes)

$$\chi = \frac{L}{\gamma}$$

- Momento lineal relativista

$$p = \gamma m v$$

- Energía cinética relativista

$$E_c = E - E_0, \text{ donde } \begin{cases} E = \gamma m c^2, \text{ donde } E \text{ es la energía relativista de la partícula} \\ E_0 = m c^2, \text{ donde } E_0 \text{ es la energía en reposo de la partícula} \end{cases}$$

- Masa relativista (concepto en desuso)

$$m_{\text{relativista}} = \gamma m_0$$

- Energía de enlace nuclear o energía de ligadura

$$\Delta E_e = \Delta m c^2, \text{ donde } \Delta m = m_{\text{nucleones}} - m_{\text{núcleo}} \text{ (defecto de masa)}$$

- Energía absorbida en una reacción nuclear

$$\Delta E = \Delta m c^2, \text{ donde } \Delta m = m_{\text{núcleos finales}} - m_{\text{núcleos iniciales}} \begin{cases} < 0 \text{ (energía emitida)} \\ > 0 \text{ (energía absorbida)} \end{cases}$$

- Número $N(t)$ de núcleos que quedan, transcurrido un tiempo t , de una muestra con número de núcleos inicial N_0 (Ley de desintegración radiactiva)

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \text{ donde } \lambda \text{ es la constante radiactiva}$$

- Actividad de una muestra radiactiva

$$A(t) = \lambda N(t) \Rightarrow A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

- Periodo de semidesintegración de una muestra

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow \dots \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Ejercicios, cuestiones y problemas

Tabla 6.2: Constantes físicas

Constantes	(Nombre)
$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	(Constante de Planck)
$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	(Constante de Stefan-Boltzmann)
$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$	(Constante de desplazamiento de Wien)
$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	(Velocidad de la luz en el vacío)
$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	(Carga elemental)
$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	(Masa del electrón)
$m_p = 1,0076 \text{ u} = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Masa del protón)
$m_n = 1,0089 \text{ u} = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Masa del neutrón)
$m_{12\text{C}} = 12,0000 \text{ u}$	(Masa atómica del carbono-12)
$m_{235\text{U}} = 235,04393 \text{ u}$	(Masa atómica del uranio-235)
$m_{95\text{Sr}} = 94,91936 \text{ u}$	(Masa atómica del estroncio-95)
$m_{139\text{Xe}} = 138,9188 \text{ u}$	(Masa atómica del xenón-139)
$m_{1\text{H}} = 2,014102 \text{ u}$	(Masa atómica del hidrógeno-2)
$m_{3\text{H}} = 3,016049 \text{ u}$	(Masa atómica del hidrógeno-3)
$m_{4\text{He}} = 4,002602 \text{ u}$	(Masa atómica del helio-4)
$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$	(Número de Avogadro)
$\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Unidad de masa atómica)

Principios de la física cuántica

1. El Sistema de Harvard es un esquema de clasificación estelar introducido por la astrónoma Annie Jump Cannon. Según este sistema las estrellas con temperatura superficial entre 6000 y 7500 K son de la clase F y su color convencional es blanco amarillento. En la aproximación de cuerpo negro, para una estrella de esta clase cuya temperatura superficial es 7500 K:

- Calcula la longitud de onda λ_{max} de su pico de intensidad.
- Calcula la energía de un cuanto de energía (cuanto de radiación/fotón) con esta longitud de onda.
- Calcula la intensidad radiada a través de la superficie de la estrella.
- Calcula la potencia a la que radia la estrella suponiendo que es esférica y su radio es $1,4 R_{\odot}$, donde $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ (radio solar).
- Calcula la energía que emite en una hora.
- Calcula cuántos fotones con longitud de onda λ_{max} se corresponden con la energía del apartado anterior.

2. Una célula fotoeléctrica de cátodo de sodio, cuya función de trabajo es $W_0 = 1,83 \text{ eV}$ se ilumina mediante una lámpara que emite con una potencia de 10 W luz monocromática de longitud de onda igual a $4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Calcula:

- Los fotones emitidos por la lámpara en un minuto.
- La frecuencia umbral del sodio.
- La energía cinética y la velocidad máximas de los electrones emitidos.

3. El trabajo de extracción necesario para que se produzca el efecto fotoeléctrico en la superficie del potasio es de $2,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Si sobre dicha superficie se hace incidir una luz de $1,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ de frecuencia. Determina:

- Frecuencia umbral y longitud de onda umbral del potasio.
- Energía cinética máxima de los electrones extraídos en eV.
- El potencial de frenado (o potencial de corte).

4. Un metal cuyo trabajo de extracción es $2,4 \text{ eV}$ se irradia con luz monocromática. Si se necesita un potencial de frenado de $0,70 \text{ V}$ para cortar el flujo de electrones producidos debido al efecto fotoeléctrico, calcula la longitud de onda de la luz con que se irradia.

5. Calcula la longitud de onda de la onda de materia asociada a un proyectil de $5,0 \text{ g}$ de masa, que se mueve a una velocidad de 200 km/h .

6. Un protón es acelerado mediante una diferencia de potencial de $5,0 \text{ V}$. Calcula:

- El momento lineal del protón.
- Su longitud de onda de materia asociada.

7. Se dispone de una lámpara que emite con una potencia de $3,0 \text{ W}$ luz violeta de $7,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Se dispone también de la gráfica de la Figura 6.9, obtenida mediante datos experimentales.

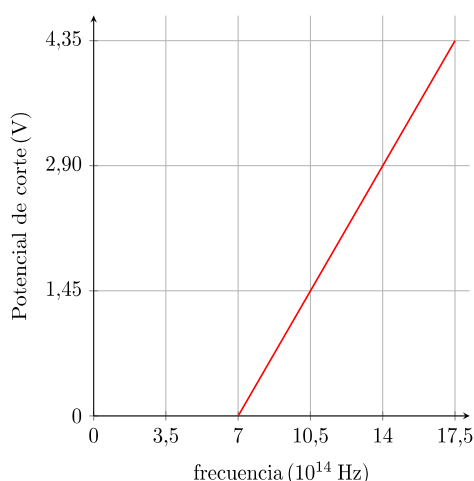


Figura 6.9: Potencial de corte del cerio (Ce) en función de la frecuencia de la luz

Se ilumina con la lámpara una muestra de cerio.

- Justifica que se emitan electrones.
- ¿Cuántos electrones se emiten en un minuto?
- Calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos (en J y en eV).

- d) Calcula el potencial de corte en este caso.
- e) Calcula la velocidad máxima de los electrones emitidos (sin potencial de frenado).
- f) Calcula la longitud de onda asociada a estos electrones.
- g) Calcula la longitud de onda umbral del cerio.
- h) Calcula el momento lineal de los fotones del apartado anterior.
- i) Calcula el trabajo de extracción (función de trabajo del cerio).
- j) Con los datos de la gráfica determina la constante de Planck.

8. Si un electrón y un protón son acelerados mediante la misma diferencia de potencial, ¿qué relación habrá entre sus respectivas longitudes de onda de de Broglie asociadas?

9. Se acelera un electrón hasta una velocidad de 300 m/s medida con una incertidumbre del 0,010 % (de manera que $\Delta v = 0,030$ m/s). ¿Con qué incertidumbre se puede determinar la posición de este electrón?

10. Un sistema atómico que consta de tres niveles energéticos se utiliza para obtener radiación láser. Con respecto al primer nivel (nivel fundamental), el segundo y el tercer nivel se sitúan a 2,07 eV y 2,76 eV, respectivamente. La absorción se produce desde el primer nivel al tercero, mientras que la emisión láser se produce por la transición entre el segundo nivel (nivel metaestable) y el fundamental.

- a) Halla la frecuencia del fotón necesaria para que se produzca la absorción (transición $1 \rightarrow 3$).
- b) Calcula la longitud de onda de la radiación emitida (transición $2 \rightarrow 1$).
- c) Calcula la potencia del láser si se emiten $2,0 \cdot 10^{16}$ fotones/s.

Teoría de la relatividad especial

11. Los tripulantes de una nave espacial se desplazan a una velocidad relativista de $0,6c$.

- a) Si indican a su base en tierra que dormirán una hora para reponer fuerzas, ¿qué tiempo dura el descanso para los responsables de la misión en tierra?
- b) Si la nave espacial mide 50 m de largo, ¿cuál será su longitud medida desde la base?

12. Un avión viaja a 1500 km/h respecto al suelo.

- a) Si desde la torre de control la longitud del avión es de 100 m, ¿qué longitud tiene el avión?
- b) ¿Durante cuánto tiempo tiene que viajar el piloto para que su reloj haya retrasado un segundo respecto de otro, sincronizado inicialmente con él, que permanece en tierra?

Nota: $\gamma(1500 \text{ km/h}) = 1 + 9,65 \cdot 10^{-13}$

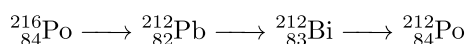
13. Los muones (μ^-) tienen una vida media de $2,2 \mu\text{s}$. Se crean de manera espontánea en las capas altas de la atmósfera, a una altura de unos 9000 m, debido a rayos cósmicos. Algunos muones llegan a la superficie terrestre, su velocidad es $0,9978c$.

- a) Comprueba que, según la física clásica, la distancia que recorre el muon antes de desintegrarse no llega a los 9000 m.
- b) Calcula la vida media del muón para un observador situado a una altura de 9000 m de la superficie terrestre.
- c) Calcula la distancia que recorre según este observador.
- d) Para un segundo observador, que viajara junto al muon, calcula qué distancia hay entre las capas altas de la atmósfera y la superficie terrestre.

- e) Según este segundo observador, ¿cuánto tiempo tarda el muón en llegar a la superficie terrestre?
- 14.** En un acelerador de partículas se ha originado un positrón con velocidad $v = 0,9c$.
- Calcula el momento lineal del positrón.
 - Calcula su energía cinética.
 - Calcula su energía (relativista).
 - Si desde el laboratorio se observa que ha recorrido 10 km antes de aniquilarse por el encuentro con un electrón, calcula el tiempo de vida de este positrón.
- 15.** Un electrón tiene una energía en reposo de 0,51 MeV. Si el electrón se mueve a $0,8c$, determina, sin utilizar la constante m_e (masa del electrón):
- Su energía.
 - Su energía cinética.
 - Su momento lineal.
 - Su longitud de onda.
- 16.** Un par electrón-positrón con una energía de $1,32 \cdot 10^{-12}$ J se aniquila emitiendo un fotón. Calcula:
- La energía cinética del par electrón-positrón.
 - La frecuencia del fotón emitido.
 - El momento lineal del fotón.

Física nuclear

- 1.** Para el C-12, calcula:
- El defecto de masa.
 - La energía de enlace (energía de ligadura).
 - La energía de enlace por nucleón.
- 2.** Determina los isótopos o partículas X producidos en las siguientes reacciones nucleares:
- ${}_4^9\text{Be} + {}_1^1\text{H} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + X$
 - ${}_{13}^{27}\text{Al} + {}_2^4\text{He} \longrightarrow {}_{15}^{30}\text{P} + X$
 - ${}_{90}^{234}\text{Th} \longrightarrow {}_{91}^{234}\text{Pa} + X$
- 3.** El ${}_{92}^{235}\text{U}$ se puede desintegrar por absorción de un neutrón mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de ${}_{38}^{95}\text{Sr}$, dos neutrones y un tercer núcleo.
- Escribe la reacción nuclear correspondiente y determina qué isótopo del xenón se produce también en esta reacción de fisión.
 - Calcula la energía producida en la fisión descrita de un núcleo de uranio-235.
 - Calcula la energía producida si se dispone de 500 g de uranio-235.
- 4.** Indica el tipo de desintegración en cada paso de la serie radiactiva siguiente:



5. El número de núcleos de una muestra de un isótopo radiactivo se reduce a $2/3$ de su valor inicial en 48 h.

- a) Determina la constante radiactiva del isótopo.
- b) Calcula la actividad de la muestra al cabo de estas 48 horas.

6. El fósforo-32 (P-32 o ^{32}P) es un radionúclido muy utilizado en medicina nuclear. Una muestra de fósforo-32 cuya constante de desintegración es de $0,048 \text{ días}^{-1}$, tiene una actividad inicial de 100 Bq. Determina:

- a) La actividad de la muestra al cabo de 35 días.
- b) El periodo de semidesintegración radiactiva del fósforo-32.

7. El C-14 es un isótopo emisor β^- , con una vida media $t_{1/2} = 5,73 \cdot 10^3$ años. Este isótopo se utiliza en la datación arqueológica.

- a) Escribe la ecuación de desintegración del C-14.
- b) ¿Cuánto tiempo tarda la actividad de una muestra de C-14 en reducirse a una octava parte de su valor inicial?
- c) Si la actividad de un hueso prehistórico es 20 veces inferior a la de un hueso moderno de igual masa, calcula su antigüedad.

8. Una muestra de 2,000 g de masa de cierto material radiactivo se reduce a 1,957 g en 50 años. Calcula:

- a) El tiempo que tardaría en reducirse a 1,4 g.
- b) El tiempo que tardaría en reducirse un 99 %.

9. El tritio tiene un periodo de semidesintegración de 12,26 años. Si tenemos inicialmente en un litro de agua 26 Bq de tritio, cuál será la actividad del agua al cabo de 30 años.

10. Se quiere determinar la antigüedad de un trozo de madera prehistórica por el método del carbono-14, cuyo periodo de semidesintegración es 5730 años. Para ello se sabe que 50 g de madera presenta una actividad de 250 desintegraciones por minuto y que la planta viva tiene una actividad de 15 desintegraciones por minuto y por gramo. Suponiendo que la actividad de la planta viva era la actividad inicial de la madera, calcula:

- a) La constante de desintegración radiactiva del C-14.
- b) La antigüedad del trozo de madera.

Modelo estándar de la física de partículas

11. Discute si las siguientes proposiciones son ciertas o falsas:

- a) “De acuerdo con el modelo estándar de la física de partículas las interacciones fundamentales de la naturaleza son cuatro.”
- b) “La interacción que gobierna la física del átomo y, por tanto, la química, es la interacción fuerte.”
- c) “El fotón es un bosón, media en la interacción electromagnética y no tiene masa ni carga eléctrica, al igual que el resto de partículas mediadoras en las interacciones.”
- d) “De acuerdo con el modelo estándar, los electrones, protones y neutrones son partículas elementales.”
- e) “La interacción nuclear fuerte es decisiva en la cohesión nuclear, el resto de interacciones del mo-

delo estándar no intervienen en los procesos nucleares.”

Repaso

12. Arturo se encuentra en la Nube Interestelar Local, una nebulosa de unos 30 años luz de diámetro a través de la cual está moviéndose actualmente el sistema solar. Es la tercera estrella más brillante del cielo nocturno y está situada relativamente cerca, a 36,7 años luz del Sol. Se trata de una gigante roja de tipo espectral K que ha agotado su hidrógeno central y se ha expandido hasta unas veinticinco veces el tamaño del Sol; concretamente su radio es $25,7 R_{\odot}$, donde $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8$ m. El máximo de radiación lo emite con una longitud de onda de 676 nm (luz roja).

Realiza una estimación de las cantidades siguientes:

- a) Temperatura superficial de Arturo.
- b) Intensidad radiada a través de su superficie.
- c) Luminosidad, esto es, potencia a la que radia.
- d) Energía radiada en un minuto.
- e) Intensidad observada.

13. Sobre una placa de aluminio, cuyo trabajo de extracción o función de trabajo es 4,2 eV, incide radiación electromagnética de 200 nm proveniente de una lámpara que emite con 10 W de potencia.

- a) Calcula la longitud de onda de corte (longitud de onda umbral) del aluminio.
- b) Calcula cuántos electrones se emiten en una hora.
- c) Calcula el potencial de frenado necesario para cortar el flujo de electrones.
- d) Calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos si se deja de aplicar el potencial de frenado.
- e) Calcula la velocidad máxima de los electrones emitidos.
- f) Calcula la longitud de onda de estos electrones.
- g) Calcula el factor gamma de estos electrones y justifica que no se hayan utilizado consideraciones relativistas en el apartado anterior.
- h) Si los electrones se hubieran emitido con una velocidad máxima igual a $0,8c$, calcula la energía cinética de estos electrones.
- i) Calcula la frecuencia de la luz con la que se tendría que iluminar la muestra para emitir electrones con una velocidad máxima de $0,8c$.

14. Un astronauta viaja a un planeta situado a 20 años luz a una velocidad igual a $0,8c$.

- a) Si la nave espacial mide 20 m, calcula su longitud para un observador situado en la Tierra.
- b) Calcula cuánto tiempo tarda en llegar la nave al planeta según este observador.
- c) Calcula cuánto tiempo tarda en llegar la nave al planeta según el astronauta.
- d) Si el observador de la Tierra y el astronauta son hermanos gemelos y tenían 25 años en el momento de la partida, ¿qué edad tiene cada uno a la vuelta?
- e) Calcula a qué distancia está el planeta según el astronauta.
- f) Con este dato comprueba que el tiempo calculado para el tiempo que tarda la nave en llegar al planeta según el astronauta es correcto.

15. Al núcleo de ${}^2_1\text{H}$ se le llama deuterón. Cuando un protón y un neutrón se unen formando un deuterón emiten un fotón de alta energía (fotón gamma).

- a) Calcula la energía del fotón emitido y su frecuencia.
- b) Calcula la diferencia de masa del deuterón.
- c) Calcula la energía de ligadura (energía del enlace nuclear) del deuterón.
- d) Si un deuterón y un núcleo de tritio (${}^3_1\text{H}$) se fusionan para formar un núcleo de ${}^4_2\text{He}$, qué partícula se emite en la fusión.
- e) Calcula la energía emitida en la fusión.
- f) Calcula la energía obtenida si se han producido 100 g de helio.

16. El cobalto-60 es un isótopo radiactivo que se desintegra por decaimiento β^- (emitiendo rayos γ) y tiene un periodo de semidesintegración de 5,25 años. Se utiliza frecuentemente como fuente radiactiva en medicina.

- a) Con ayuda de la tabla periódica, determina a qué isótopo decae el Co-60.
- b) Si se tiene una muestra de 50 g, ¿qué cantidad de Co-60 quedara al cabo de 3 años?
- c) ¿Cuánto tiempo debe pasar para que se desintegre el 25 % del cobalto?
- d) Determina cuánto tiempo, después de entregada una muestra nueva a un hospital, habrá disminuido su actividad a una octava parte del valor original.
- e) Cuando de la muestra queden 10^{14} átomos, ¿qué actividad tendrá?

17. Aunque la interacción fuerte sea la responsable de la unión entre quarks, interacción débil también actúa sobre estos. En la Figura 6.10 se representa el diagrama de Feynman de la desintegración β^- , en la que, además de un electrón, se emite, obsérvese, un antineutrino ($\bar{\nu}_e$). Como también se refleja en el diagrama, la partícula mediadora es, en efecto, un bosón débil W^- .

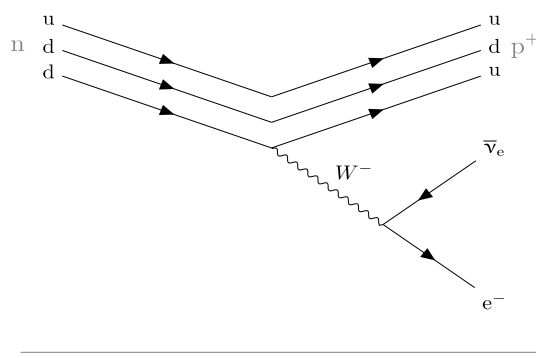


Figura 6.10: Diagrama de Feynman de la desintegración beta

- a) Teniendo en cuenta que, en unidades de carga elemental, la carga del quark up (u) es $+\frac{2}{3}$ y la del quark down (d) es $-\frac{1}{3}$, justifica la carga eléctrica del protón (+1) y del neutrón (0).
- b) Justifica que la interacción electromagnética actúe sobre los quarks.
- c) Justifica que en el proceso nuclear de transformación de un neutrón en un protón se emita, efectivamente, un electrón.
- d) ¿Qué partículas median en cada una de las interacciones?
- e) ¿Sobre qué partículas componentes de la materia actúa la interacción débil?
- f) En el decaimiento β^+ , además de un positrón, se emite un neutrino (ν_e). Siguiendo el diagrama de la Figura 6.10, trata de hacer el diagrama de Feynman de este decaimiento.

Índice general

Física de 2.º de Bachillerato

Contenidos.....	3
Tema 1. Mecánica clásica.....	5
Principios de conservación de la dinámica de partículas.....	5
Sistemas aislados. Principio de conservación del momento lineal.....	5
Fuerzas centrales. Teorema de conservación del momento angular.....	6
Fuerzas conservativas. Teorema de conservación de la energía.....	6
Leyes de Newton.....	8
Notas.....	9
Ejercicios, cuestiones y problemas.....	10
Principios de conservación de la dinámica de partículas.....	10
Tema 2. Interacción gravitatoria.....	11
Ley de la gravitación universal de Newton.....	11
Campo gravitatorio y potencial gravitatorio.....	11
Fuerza gravitatoria y energía potencial gravitatoria.....	12
Campo gravitatorio constante.....	12
Aplicación de las leyes del movimiento.....	12
Caída libre.....	12
Velocidad de escape.....	13
Planetas y satélites.....	13
Notas.....	15
Ejercicios, cuestiones y problemas.....	16
Ley de la gravitación universal de Newton.....	16
Aplicación de las leyes del movimiento.....	17
Repaso.....	19
Tema 3. Interacción eléctrica.....	21
Ley de la electrostática de Coulomb.....	21
Campo eléctrico y potencial eléctrico.....	21
Fuerza eléctrica y energía potencial eléctrica.....	21
Campo eléctrico constante.....	22
Aplicación de las leyes del movimiento.....	22
Teorema de Gauss.....	23
Notas.....	25
Ejercicios, cuestiones y problemas.....	26
Ley de la electrostática de Coulomb.....	26
Teorema de Gauss.....	27
Repaso.....	27
Tema 4. Interacción magnética.....	29
Ley de Biot y Savart y Ley de Lorentz del magnetismo.....	29
Ley de Biot y Savart del campo magnético.....	29
Ley de Lorentz de la fuerza magnética.....	31

Aplicación de las leyes del movimiento.....	32
Teorema de Ampere.....	33
Inducción electromagnética.....	33
Flujo magnético.....	33
Ley de Faraday-Henry.....	34
Ley de Ohm.....	34
Ley de Lenz.....	35
Generación de corriente alterna.....	35
Transformadores.....	36
Notas.....	38
Ejercicios, cuestiones y problemas.....	40
Ley de Biot y Savart y Ley de Lorentz del magnetismo.....	40
Inducción electromagnética.....	42
Repaso.....	42
Tema 5. Ondas.....	45
Fundamentos.....	45
Concepto y clasificación.....	45
Velocidad de propagación de la onda.....	45
Movimiento armónico simple.....	46
Ondas armónicas.....	46
Intensidad.....	47
Fenómenos ondulatorios.....	47
Principio de Huygens.....	47
Difracción.....	48
Interferencia.....	48
Ondas estacionarias.....	49
Efecto Doppler.....	50
Reflexión y refracción.....	50
Óptica geométrica.....	51
Sistema óptico. Focos.....	51
Dioptrios.....	52
Espejos.....	53
Lentes delgadas.....	54
El sonido.....	56
Cualidades del sonido.....	56
La luz.....	56
Espectro electromagnético.....	57
Velocidad de propagación de la luz.....	57
Notas.....	58
Ejercicios, cuestiones y problemas.....	61
Fundamentos.....	61
Fenómenos ondulatorios.....	64
Óptica geométrica.....	66
Repaso.....	68
Tema 6. Física del siglo XX.....	69
Principios de la física cuántica.....	69
Hipótesis de Planck.....	69

Explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico.....	70
Hipótesis de de Broglie.....	71
Principio de incertidumbre de Heisenberg.....	72
Teoría de la relatividad especial.....	72
Postulados de la Teoría de la relatividad especial.....	73
Consecuencias inmediatas de los postulados.....	73
Dinámica relativista.....	74
Física nuclear.....	74
Energía de enlace nuclear.....	75
Reacciones nucleares.....	75
Radiactividad.....	75
Modelo estándar de la física de partículas.....	77
Notas.....	79
Ejercicios, cuestiones y problemas.....	81
Principios de la física cuántica.....	81
Teoría de la relatividad especial.....	83
Física nuclear.....	84
Modelo estándar de la física de partículas.....	85
Repaso.....	86
Enlaces.....	92

Enlaces

Física de 2.º de Bachillerato

[Web del departamento de Física y Química](#)

Tema 1. Mecánica clásica

[PhET: Gravedad y órbitas](#)

[PhET: Energía en la pista de patinaje](#)

[Walter Fendt: Muelle oscilante](#)

Tema 2. Interacción gravitatoria

[UofL Physics and Astronomy: Gravitational Field Lines and Equipotential Surfaces](#)

[En colaboración con DeepSeek Chat \(IA\): Pozo de potencial](#)

[KCVS: Eccentricity](#)

[Nebraska Astronomy Applet Project: Planetary Orbit Simulator](#)

[Nebraska Astronomy Applet Project: Seasons and Ecliptic Simulator](#)

[Falstad: Orbital Rendezvous](#)

Tema 3. Interacción eléctrica

[Falstad: 2-D Electrostatics Applet](#)

[PhET: Cargas y campos](#)

[Physics Aviary: Accelerating Electrons Lab](#)

[Physics Aviary: Closest Approach Lab](#)

[En colaboración con DeepSeek Chat \(IA\): Barrera de potencial](#)

[En colaboración con DeepSeek Chat \(IA\): Pozo y barrera de potencial](#)

Tema 4. Interacción magnética

[Walter Fendt: Campo magnético de un imán](#)

[Physics Aviary: Magnetic Field from a Wire Lab](#)

[Physics Aviary: Charge in Magnetic Field Lab](#)

[Falstad: Electric Motor](#)

[Physics Aviary: Magnetic Induction Lab](#)

[Physics Aviary: Induced Current Lab](#)

[Falstad: Electric Generator](#)

Tema 5. Ondas

[PhET: Onda en una cuerda](#)

[Falstad: Ripple Tank](#)

[Physics Aviary: Wavelength Lab](#)

[Physics Aviary: Beats Lab](#)

[Michael Fowler \(University of Virginia\): Double Slit Wave Interference](#)

[Walter Fendt: Onda estacionaria](#)

[Walter Fendt: Ondas estacionarias longitudinales](#)

[SimBucket: Standing Waves](#)

[Geogebra: Modos de vibración](#)

[Doppler.webm](#)

[Physics Aviary: Doppler Lab](#)

[Walter Fendt: Reflexión y refracción de ondas](#)

[Walter Fendt: Refracción y refracción de la luz](#)

[Walter Fendt: Formación de una imagen por una lente convergente](#)

[Michael Fowler \(University of Virginia\): Sound Waves](#)

[Wikipedia: SweepTone 20-20000hz.ogg](#)

[ToneGen.net: Tone Generator](#)

[KCVS: Electromagnetic Spectrum](#)

[Walter Fendt: Onda electromagnética](#)

[PhET: Reflexión y refracción de la luz](#)

Tema 6. Física del siglo XX

[PhET: Espectro de radiación del Cuerpo Negro](#)

[Physics Aviary: Radiant Emissions Lab](#)

[PhET: Efecto Fotoeléctrico](#)

[KCVS: Photoelectric Effect](#)

[Michael Fowler \(University of Virginia\): Michelson-Morley Experiment](#)

[PhET: Fisión Nuclear](#)

[Walter Fendt: Series de desintegración radiactiva](#)

[Walter Fendt: Ley de la desintegración radiactiva](#)

[Wikimedia Commons: Standard Model of Elementary Particles.svg](#)

Bibliografía

DEPARTAMENTO DE
FISICA Y QUIMICA

Plaza Don Juan Tena, 2
10200 Trujillo
(+34) 927 32 11 58 | 618 09 88 35
departamento.fisicayquimica@sagradozorazontrujillo.es
fisicayquimica.sagradozorazontrujillo.es



Sagrado
Corazón de Jesús

Tabla periódica de los elementos

Grupo 1																	
1	2															18	
1.00797 H 1.008 Hidrógeno	4.002602 He 4.0026 Helio															4.002602 Li 4.0026 Litio	3.994815 Be 3.9948 Berilio
6.94 Li 6.94 Litio	9.01218 Be 9.0122 Berilio	12.00931 B 12.0093 Boro	10.811 C 10.811 Carbono	14.003074 N 14.0031 Nitrógeno	15.9994 O 15.9994 Oxígeno	18.998403 F 18.9984 Fluor	18.998403 Ne 18.9984 Neón										
22.98976928 Na 22.9898 Sodio	22.98976928 Mg 22.9898 Magnesio	24.304 Al 24.304 Aluminio	26.9815386 Si 26.9815 Silicio	28.0855836 P 28.0856 Fósforo	30.973762 S 30.9738 Azufre	32.06 Cl 32.06 Cloro	35.453 Ar 35.453 Argón	39.948 K 39.948 Potasio	39.948 Ca 39.948 Calcio	44.955912 Sc 44.9559 Escandio	47.867 Ti 47.867 Titanio	50.9415 V 50.9415 Vanadio	51.9961 Cr 51.9961 Cromo	54.938044 Mn 54.9380 Manganeso	55.845 Fe 55.845 Hierro	58.93319 Co 58.9332 Cobalto	58.93319 Ni 58.9332 Níquel
39.0983 K 39.0983 Potasio	40.078 Ca 40.078 Calcio	44.955912 Sc 44.9559 Escandio	47.867 Ti 47.867 Titanio	50.9415 V 50.9415 Vanadio	51.9961 Cr 51.9961 Cromo	54.938044 Mn 54.9380 Manganeso	55.845 Fe 55.845 Hierro	58.93319 Co 58.9332 Cobalto	58.93319 Ni 58.9332 Níquel	63.546 Cu 63.546 Cobre	65.38 Zn 65.38 Zinc	69.723 Ga 69.723 Gallio	72.630 Ge 72.630 Germanio	74.92160 As 74.9216 Arsénico	78.9718 Se 78.9718 Selenio	79.904 Br 79.904 Bromo	83.798 Kr 83.798 Kriptón
85.4678 Rb 85.4678 Rubidio	87.62 Sr 87.62 Estroncio	88.90584 Y 88.9058 Itrio	91.224 Zr 91.224 Zirconio	92.90637 Nb 92.9064 Níobio	95.95 Mo 95.95 Molibdeno	98.906 Tc 98.906 Tecnecio	101.07 Ru 101.07 Rutenio	102.9055 Rh 102.9055 Rodio	106.42 Pd 106.42 Paladio	107.8682 Ag 107.8682 Plata	112.414 Cd 112.414 Cadmio	114.818 In 114.818 Indio	118.710 Sn 118.710 Estado	121.760 Sb 121.760 Antimonio	127.60 Te 127.60 Teluro	126.9045 I 126.9045 Yodo	131.293 Xe 131.293 Xenón
132.9055 Cs 132.9055 Cesio	132.9055 Ba 132.9055 Bario	137.327 La 137.327 Lantano	137.327 Ce 137.327 Cerio	137.327 Pr 137.327 Praseodimio	137.327 Nd 137.327 Neodimio	137.327 Pm 137.327 Prometio	137.327 Sm 137.327 Samario	137.327 Eu 137.327 Europio	137.327 Gd 137.327 Gadolinio	137.327 Tb 137.327 Terbio	137.327 Dy 137.327 Disproscio	137.327 Ho 137.327 Holmio	137.327 Er 137.327 Erbio	137.327 Tm 137.327 Terbio	137.327 Yb 137.327 Ytterbio	137.327 Lu 137.327 Lutecio	137.327 Hf 137.327 Hafnio
223 Fr 223 Francio	226 Ra 226 Radio	227 Ac 227 Actinio	227 Th 227 Torio	227 Pa 227 Protactinio	227 U 227 Uranio	227 Np 227 Neptunio	227 Pu 227 Plutonio	227 Am 227 Americio	227 Cm 227 Curcio	227 Bk 227 Berkelio	227 Cf 227 Californio	227 Es 227 Einsteinio	227 Fm 227 Fermio	227 Md 227 Mendelevio	227 No 227 Nobelio	227 Lr 227 Lawrencio	227 Rf 227 Rutherfordio
223 Fr 223 Francio	226 Ra 226 Radio	227 Ac 227 Actinio	227 Th 227 Torio	227 Pa 227 Protactinio	227 U 227 Uranio	227 Np 227 Neptunio	227 Pu 227 Plutonio	227 Am 227 Americio	227 Cm 227 Curcio	227 Bk 227 Berkelio	227 Cf 227 Californio	227 Es 227 Einsteinio	227 Fm 227 Fermio	227 Md 227 Mendelevio	227 No 227 Nobelio	227 Lr 227 Lawrencio	227 Rf 227 Rutherfordio

Nombre

Número atómico

Simbolo

Electronegatividad (Pauling)

Radio atómico (Å) (calculado)

Densidad (g cm⁻³) (STP)

Temperatura de fusión

Temperatura de ebullición

Configuración electrónica

Principales óxidos y estados

Legenda

Metalos alcalinos

Metalos alcalinoteros

Metalos de transición

Lantánidos

Actínidos

Otros metalos

Semimetálicos

No metalos

Halógenos

Gases nobles

Estados de agregación (STP)

Sólido

Líquido

Gaseoso

Desconocido

Notas

- Condiciones estándar de presión y temperatura (STP): 0 °C y 101 Pa
- 1 eV = 96485 J mol⁻¹
- 8.988E-5 = 8.988 · 10⁻⁵
- 1 Å = 1 · 10⁻¹⁰ m

Tabla de constantes físicas

Constante	(Nombre)	Constante	(Nombre)
$G = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$	(Constante de gravitación universal)	$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	(Constante de Planck)
$M_{\odot} = 1,9885 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	(Masa solar)	$\hbar \text{ (h barra)} = \frac{h}{2\pi} = 1,05457182 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$	
$R_{\odot} = 6,9570 \cdot 10^8 \text{ m}$	(Radio solar)	$b = 2,8976 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$	(Constante de desplazamiento de Wien)
$M_{\oplus} = 5,97237 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	(Masa terrestre)	$\sigma = 5,670374419 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	(Constante de Stefan-Boltzmann)
$R_{\oplus} = 6,3710 \cdot 10^6 \text{ m}$	(Radio medio terrestre)	$E_{iH} = 13,598598443 \text{ eV}$	(Energía de ionización del H)
$r_{\oplus} = 1,4959787 \cdot 10^{11} \text{ m}$	(Radio orbital medio terrestre)	$r_1 = 5,2918 \cdot 10^{-11} \text{ m}$	(Radio de Bohr)
$g = G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$	(Campo gravitatorio terrestre estándar)	$R_1 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$	(Radio del núcleo de H-1)
$K_0 = 8,98755179 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$	(Constante de Coulomb en el vacío)	$N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	(Constante de Avogadro)
$\varepsilon_0 = (4 \pi K_0)^{-1} =$ $= 8,85418781 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$	(Permitividad eléctrica en el vacío)	$u = N_A^{-1} \text{ mol g} = 1,66053907 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Unidad de masa atómica)
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$	(Permeabilidad magnética en el vacío)	$F = N_A e = 96485,3321 \text{ C mol}^{-1}$	(Constante de Faraday)
$c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$	(Velocidad de la luz en el vacío)	$k = 1,380649 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	(Constante de Boltzmann)
$e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	(Carga elemental)	$R = N_A k = 8,314463 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} =$ $= 0,08205737 \text{ atm L mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	(Constante de los gases ideales)
$m_{e^-} = 9,1093837015 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	(Masa del electrón)	$\text{atm} = 101325 \text{ Pa}$	(Presión atmosférica a nivel del mar)
$m_{p^+} = 1,6726219237 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Masa del protón)	$v_s = 343 \text{ m s}^{-1}$	(Velocidad del sonido en el aire a 20 °C)
$m_n = 1,6749274980 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	(Masa del neutrón)	$I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$	(Intensidad umbral mínima)

